

5.3. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТРАЄКТОРІЙ СВЕРДЛОВИН

5.3.1. ТЕРМІНОЛОГІЯ ТА УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

Траєкторія свердловини загалом являє собою складну просторову криву, яка характеризується одночасною зміною декількох параметрів. Деякі з них вимірюються приладами (інклінометрами, телеметричними системами), інші обчислюються для вирішення практичних задач скерованого буріння. У вітчизняній практиці для математичного опису просторової траєкторії свердловини використовується термінологія А.Г. Калініна.

Одні геометричні параметри характеризують просторову криву в окремих точках, інші — її інтервал між заданими точками. Застосовується така система визначення належності параметра точці або інтервалу: окремим точкам кривої присвоюються порядкові номери або позначення букв в алфавітному порядку в напрямку поглиблення свердловини, наприклад P_1 , P_2 або P_A , P_B .

Перед параметром, який характеризує певний інтервал свердловини, ставиться символ Δ , а після нього індекс із двома цифрами або двома буквами, які відповідають верхній і нижній межі інтервалу. Порядок визначення приросту параметра в інтервалі, який розглядається, має такий вигляд: $\Delta P_{1-2} = P_2 - P_1$ або $P_B = P_A + \Delta P_{A-B}$. Допускається також позначення приросту параметра індексом з однією цифрою або буквою, якщо відсутні його інші тлумачення.

Деякі параметри можуть приймати додатне і від'ємне значення, тому записана черговість символів має виконуватися.

Кути позначаються буквами грецького алфавіту, всі інші величини — латинськими буквами.

Зенітний кут свердловини α характеризує відхилення її від вертикалі і є кутом між вертикаллю та дотичною до осі свердловини в точці, яка розглядається (див. рис. 5.1).

Зенітне викривлення в інтервалі між точками 1 та 2, яке записується як $\Delta\alpha_{1-2} = \alpha_2 - \alpha_1$, у чистому вигляді має місце лише при викривленні у вертикальній площині. Загалом воно як складова частина просторового викривлення не має конкретного геометричного образу траєкторії свердловини, а є лише абстрактним алгебраїчним виразом, що відображає різницю між величинами зенітних кутів свердловини, кожен з яких визначається в різних точках кривої і в різних вертикальних площинах.

Треба відзначити, що зображати траєкторію свердловини у вигляді графіка або діаграми зміни лише зенітного та азимутального кутів неправильно. На цих діаграмах повністю губляться конкретний геометричний образ і характер просторового викривлення свердловини. При використанні подібних діаграм з'явився термін «зенітне викривлення», який треба застосовувати лише при викривленні у вертикальній площині. Просторову траєкторію краще зображати за допомогою годографів (за Г.Г. Семаком). Вираз $\Delta\alpha_{1-2}$ як складова просторового викривлення, фігурує у формулах, що описують викривлення.

Азимутальний кут φ , або азимут свердловини, характеризує напрямок відхилення осі свердловини від вертикалі, відраховується в горизонтальній площині і є кутом між напрямком на північ за магнітним меридіаном або іншим репером і горизонтальною проекцією дотичної до осі свердловини в точці, яка розглядається (див. рис. 5.1).

Азимутальний кут відраховується вправо, тобто за ходом годинникової стрілки від реперного напрямку до напрямку горизонтальної проекції дотичної, і вимірюється в межах $0-360^\circ$.

Азимутальне викривлення в інтервалі між точками 1 та 2 визначається як $\Delta\varphi_{1-2} = \varphi_2 - \varphi_1$ і може бути додатним при зміні азимута вправо або від'ємним при його зміні вліво. Азимутальне викривлення як складову частину просторового викривлення також не можна розглядати у відриві від зенітного викривлення.

Нормаллю до просторової кривої стане будь-яка пряма, перпендикулярна до дотичної в даній точці. Нормалей можна провести безліч, але три з них, що утворюють декартову прямокутну систему координат, становлять особливий інтерес.

Головною нормаллю (рис. 5.35) називається пряма, що проходить від точки P_2 , яка розглядається, до центра кривизни. З головної нормаллю збігається лінія радіуса кривизни.



Рис. 5.35. Схема тригранника, зв'язаного з просторовою кривою C

Стичною площиною, або *кругом кривизни кривої C* у точці P_2 , називається граничне положення площини, яка проходить через точку P_2 і дві сусідні точки P_1 і P_3 , при їх наближенні з обох боків до точки P_2 . Стична площина кривої C у точці P_2 проходить через дотичну і головну нормаль.

Біномаллю кривої C у точці P_2 називається направлена пряма, яка проходить через точку P_2 і утворює разом з додатною дотичною і головною нормаллю праву систему декартових прямокутних осей координат. Площини, які визначаються осями цього супутнього тригранника, називаються *нормальною* (площина, перпендикулярна до дотичної), *випрямляючою* (площина, перпендикулярна до головної нормалі), *стичною* (площина, перпендикулярна до біномалі).

При переміщенні відповідного тригранника в додатному напрямку просторової кривої C, тобто при зростанні її довжини, виходить, що дотична обертається навколо миттєвого положення біномалі з позитивною кутовою швидкістю K (кривизна кривої C у точці P_2); біномаль обертається навколо миттєвого положення дотичної з кутовою швидкістю τ (кручення кривої C у точці P_2).

Пристрої, які широко застосовуються для орієнтування відхиляючих КНБК при навантаженні бурінні, реагують не на магнітне поле Землі, а на стан виска, ексцентричного вантажу точно по відношенню до відхилення осі свердловини від вертикалі.

Апсидальною площиною називається вертикальна площина, яка проходить через дотичну до просторової кривої в точці 1 (рис. 5.36). Апсидальну площину визначають вертикаль і дотична. Зенітний кут відраховується в апсидальній площині.

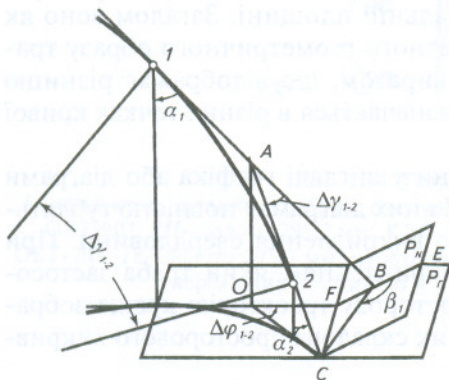


Рис. 5.36. Геометричні побудови, які характеризують просторову криву в точках 1 і 2 та в інтервалі між ними

На рис. 5.36 показані відрізок просторової кривої та геометричні побудови, що ілюструють і визначають ряд параметрів, які характеризують цю криву в точках 1 та 2, а також в інтервалі між цими точками. Інтервал 1–2 представлений у вигляді дуги, розташованої у похилій площині. Параметри α_1 та β_1 характеризують криву в точці 1; α_2 — в точці 2, а параметри $\Delta\varphi_{1-2}$ та $\Delta\gamma_{1-2}$ — інтервал кривої між точками 1 та 2. Дотична в точці 1 продовжена до точки B, через яку проведена нормальна площина P_N . Апсидальна площина для точки 1 визначається чотирикутником ABFO, а для точки 2 — трикутником AOC. Лінія перетинання апсидальної і нормальної площин дає дві нормалі BE та BF. Та із отриманих нормалей, яка направлена вгору, тобто BE, називається *верхньою нормаллю*. Висота в похилій площині лягає по *нижній нормалі* BF.

Елемент просторової кривої 1–2, який характеризується одночасно і зенітним, і азимутальним викривленням, проектується на нормальну площину P_N у вигляді прямої лінії

ВС, яка є прямою, тому що елемент 1–2 є плоскою дугою. Трикутник *ABC* розташований в площині викривлення дуги 1–2. Він визначає стичну площину, в якій розташовані всі головні нормалі для будь-якої точки дуги в інтервалі 1–2.

Кут просторового викривлення свердловини $\Delta\gamma_{1-2} = \gamma_2 - \gamma_1$ в інтервалі 1–2, тобто кут повороту дотичної в інтервалі, що розглядається, дорівнює куту повороту головної нормалі, або центральному куту охоплення. Кут $\Delta\gamma_{1-2}$ завжди є додатним.

Із цього випливає, що γ є сумарним кутом просторового викривлення, або алгебраїчною сумою всіх кутів охоплення (поворотів дотичної) по всій довжині свердловини від гирла до точки, що розглядається.

Азимут радіуса кривизни (головної нормалі) ψ є азимут горизонтальної проекції радіуса кривизни в напрямку від свердловини до центра кривизни. Кут ψ може змінюватися в діапазоні 0–360°, не збігаючись із азимутальним кутом свердловини ϕ . Наприклад, на ділянці зменшення зенітного кута без зміни азимута свердловини різниця між ϕ та ψ становить 180°.

Кут орієнтації викривлення, або приведений азимут радіуса кривизни β , відраховується в площині, перпендикулярній до осі свердловини. Це є кут між верхньою нормаллю *BE* і головною нормаллю *BC*, який відраховується за годинниковою стрілкою від верхньої нормалі, тобто це кут між апсидальною і стичною площинами. На рис. 5.36 показаний кут β_1 , який є приведеним радіусом кривизни для точки 1 кривої.

Параметр β застосовується як при розрахунках фактичних траєкторій за даними інклінометрії, коли він характеризує фактичне викривлення свердловини, так і при розрахунках проектних просторових траєкторій, а також при керованому викривленні із застосуванням відхилювачів.

У цьому разі параметр β називають кутом встановлення відхилювача по відношенню до апсидальної площини. Тоді при $\beta = 0^\circ$ та $\beta = 180^\circ$ зенітний кут відповідно збільшується або зменшується по відношенню до апсидальної площини. При $\beta = 90^\circ$ та при $\beta = 270^\circ$ змінюється азимут свердловини відповідно вправо або вліво без зміни зенітного кута. Параметри ψ та β характеризують той самий вектор, тобто напрям лінії, що з'єднує точку свердловини з центром кривизни для цієї точки. Різниця між ними полягає в тому, що ψ визначає азимут цієї лінії по відношенню до сторін світу, а β — по відношенню до апсидальної площини.

Інтенсивність викривлення свердловини i визначає величину просторового викривлення $\Delta\gamma$, яка припадає на інтервал певної довжини, наприклад, 10 м

$$i = 10 \frac{\Delta\gamma}{\Delta l}$$

та вимірюється в градусах на 10 м. Величина i тотожна математичному визначенню поняття кривизни *K* просторової кривої, яка виражається в радіанах на метр.

Радіус кривизни *R* — величина обернена до величини кривизни *K* просторової кривої — визначається

$$R = 1/K \text{ або } R = 573/i,$$

де i вимірюється в град/10 м.

Кут закручування $\Delta\tau_{1-2}$ просторової кривої в інтервалі 1–2 це кут обертання площини викривлення, або кут, що описується бінормаллю, тобто просторовий кут між бінормальми, проведеними в точках 1 та 2.

Інтенсивність закручування i_τ та радіус закручування R_τ є аналогами інтенсивності викривлення та радіуса кривизни свердловини.

Довжина свердловини *l* по бурильній колоні від гирла до точки, яка розглядається, є довжиною інтервалу між точками 1 та 2, тобто $\Delta l_{1-2} = l_2 - l_1$. Часто *l* називають глибиною свердловини, що може бути істинним лише у разі абсолютної вертикальності.

Декартові координати точок свердловини *x*, *y*, *z* направлені таким чином: *x* — на схід, *y* — на північ, *z* — вниз по вертикалі.

Приріст координат в інтервалі між точками l і 2 :

$$\Delta x_{1-2} = x_2 - x_1; \Delta y_{1-2} = y_2 - y_1; \Delta z_{1-2} = z_2 - z_1.$$

Полярні координати точок свердловини в плані — довжина l_r і азимут φ_r горизонтального зміщення від гирла.

Сферичний радіус гвинтової лінії ρ визначає діапазон зміни α на витку похилої гвинтової лінії відносно середнього значення зенітного кута; ρ — це просторовий кут між віссю циліндра і дотичною до гвинтової лінії, яка охоплює цей циліндр. Для вертикальної гвинтової лінії $\rho = \alpha$.

Сферичні координати α та φ , а також відповідні їм кути $\Delta\gamma$, β , ψ , $\Delta\tau$, ρ не пов'язані з масштабом і лінійними розмірами просторової кривої. Вони описують лише характер повороту векторів і тому становлять інваріантну (незалежну) групу сферичних параметрів кривизни свердловини.

5.3.2. МОДЕЛІ ПРОСТОРОВИХ КРИВИХ

Із всіх параметрів, які характеризують траєкторію свердловини, інклінометрія дає лише три: α , φ та l . Решту доводиться обчислювати. Траєкторія свердловини обчислюється поінтервально, у зв'язку з чим похибки деяких параметрів нарощуються. Перевірити точність обчислень прямими вимірами, наприклад, вимірюванням координат свердловин, на даний час складно. Тому точності вимірювань і вибору моделі просторової кривої приділяється особлива увага.

Виміряні параметри α , φ та l в точці, яка розглядається, взяті у відриві від сусідніх вимірів і вимірів за всією довжиною свердловини, дають дуже мало інформації. Якщо відомі сусідні вимірювання, тоді можна визначати $\Delta\gamma$, β , ψ , i , R , $\Delta\tau$, ρ . Щоб знати координати x , y , z , l_r , φ_r та сумарний кут охоплення γ , потрібно мати дані вимірювань α , φ та l по всьому вищерозташованому інтервалу.

Відсутність даних про величини α та φ між точками вимірювання компенсується тим, що при розрахунках приймається ідеалізована модель просторової кривої, яка відображає вісь свердловини і визначає математичний зв'язок між параметрами при русі точок за кривою.

Траєкторія свердловин може бути поданою у вигляді спряжених між собою відрізків прямих (вертикальних, похилих і горизонтальних) та елементів просторових кривих.

На даний час використовуються різні моделі просторової кривої, наприклад:

плоска дуга при відсутності кручення ($\Delta\tau = 0$) і просторова спіраль при $\beta = \text{idem}$;

просторова крива, горизонтальна і вертикальна проекції якої виражаються степеневі функцією;

крива з параметрами α та φ , що змінюються за лінійним законом.

Термін «просторова спіраль» пояснюється формою цієї кривої при розгляді її у всьому діапазоні змін параметрів α та φ . Порівняно велике число параметрів, що характеризують просторову траєкторію свердловини, різниця в моделях просторової кривої, покладені в основу математичних обчислень, відсутність системи, яка визначає раціональну послідовність обчислень, призвели до того, що на даний час час в літературі з цього питання наводиться багато формул і номограм вузького призначення.

У працях Н. Woods, А. Lubinski, С.С. Сулакшина, А.Г. Калініна і Б.Г. Спиридонова наводяться формули і номограми, призначені лише для визначення параметрів $\Delta\gamma$ та i . Е.В. Вайднер дає для моделі плоскої дуги дві наближені формули та дві номограми для визначення параметрів $\Delta\gamma$ та β . Ці формули не враховують властиву для такої моделі просторової кривої зміну орієнтації відхилювача.

А.С. Бронзовим розроблена методика визначення площини, в якій відбувається викривлення свердловини за дугою, та номограма для визначення інтервалу роботи з відхилювачем для виведення свердловини в задані координати. Вказана методика не передбачає визначення поточних величин геометричних параметрів свердловини у всьому інтервалі викривлення, а параметр β визначається лише в початковій точці дуги.

Ю.А. Аронов, Ю.С. Васильєв і А.Г. Калінін пропонують формулу для визначення змінного параметра β при викривленні свердловини у похилій площині. Проте і в цій праці не розкриті загальні залежності між усіма геометричними параметрами, що визначають просторовий профіль свердловини, викривленою за такою дугою.

Методика розрахунку координат траєкторії свердловини, за М.П. Гулізаде, має такі недоліки:

фактичну просторову траєкторію реальної свердловини в достатньо великому інтервалі дуже рідко можна підігнати з прийнятою похибкою під графік степеневі функції типу $x = az^b$ та $y = cz^d$ для вертикальної і горизонтальної проекцій, кожна з яких або монотонно зростає, або зменшується;

профіль і план свердловини за цією методикою характеризуються лише координатами, параметрами α та φ й допоміжними емпіричними коефіцієнтами;

методика не передбачає визначення параметрів свердловини β , R , $\Delta\gamma$ та ін.

Модель просторової кривої $\Delta\alpha/\Delta\varphi = \text{idem}$, за Г.Л. Вільсоном та Ф.А. Агамовим, прийнята лише для обробки інклінометричних даних по близько розташованих точках. Застосування її для розрахунків траєкторій з метою корекції профілю свердловини є дуже важким, оскільки викладена умова означає, що $i \neq \text{idem}$, $\beta \neq \text{idem}$, тобто спрощення розрахунків в одному разі веде до їх ускладнення в іншому.

Г.Г. Семак, І.С. Васько та І.О. Коваленко запропонували математичну модель інтервалу природного зменшення зенітного кута при бурінні маятниковими КНБК. Модель побудована на припущенні, що кривизна траєкторії свердловини пропорційна синусу кута між дотичною до її осі та асимптотою у похилій площині $U0V$

$$U = -R_0 \ln \left| \cos \left(\frac{V}{R_0} \right) \right|,$$

де R_0 — радіус кривизни траєкторії в її вершині, який оцінюється за даними інклінометрії.

Адекватність цієї моделі підтверджена результатами обробки даних буріння свердловин на Талінському і Муравленківському родовищах Західного Сибіру.

У жодній із вищезгаданих моделей не розглядаються аналітичні залежності між усіма параметрами, що характеризують просторову траєкторію комплексно і для всього діапазону змін зенітного кута.

У загальному випадку вибір відповідної математичної моделі просторової кривої є необхідним не лише для компенсації відсутньої інформації про характер фактичного викривлення між сусідніми точками вимірювань α та φ , але й для розрахунку параметрів проекційної траєкторії свердловини до початку буріння або коректування траєкторії свердловини при бурінні, якщо вона відхилилася від проекту, а також для аналізу фактичного природного викривлення та розрахунку прогнозованої траєкторії в інтервалах, що буряться без примусового викривлення.

Г.Г. Семак показав, що з допомогою сферичних координат можна аналізувати будь-яку складну фактичну або математично чітко зумовлену просторову траєкторію свердловин.

Різні вимоги при обробці даних інклінометрії, умови спряження окремих інтервалів у точках вимірювань α та φ , умови плавності зміни не лише α та φ , але й β та ψ , задача знаходження найкоротшої траєкторії при мінімальному просторовому викривленні для виведення свердловини в задані параметри, умови стабільності параметра β при застосуванні засобів скерованого буріння, які орієнтуються автоматично відносно апсидальної площини, — все це призводить до необхідності приймати такі математичні моделі просторових кривих у загальному вигляді:

1. Гвинтова лінія з постійним сферичним радіусом $\rho = \text{idem}$, яка у загальному випадку обертається навколо похилої осі, а в окремому випадку перетворюється в коло, розташоване в похилій площині при $\rho = 90^\circ$, або в похилу пряму при $\rho = 0$.

2. Просторова спіраль із вертикальною віссю і постійною орієнтацією викривлення відносно апсидальної (вертикальної) площини $\beta = \text{idem}$, яка в окремому випадку перетворюється

ся в коло, розташоване у вертикальній площині при $\beta = 0$ та $\beta = 180^\circ$, у вертикальну праву або ліву гвинтову лінію при $\beta = 90^\circ$ та $\beta = 270^\circ$ або в похилу пряму при $i = 0$.

Природно, що у практичних розрахунках використовують лише частини витків гвинтової лінії або просторової спіралі. Ці дві моделі просторових кривих охоплюють різноманітні варіанти, виключаючи необхідність застосування інших, раніше перерахованих моделей.

5.3.3. АНАЛІТИЧНІ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ СФЕРИЧНИМИ ПАРАМЕТРАМИ КРИВИЗНИ

Нехай дотична до осі свердловини є вектором, орієнтація якого визначається зенітним і азимутальним кутами α та β . При пересуванні точки вздовж просторової кривої напрям цього вектора змінюється. Якщо початок одиничного радіуса-вектора, що відповідає повороту дотичної, закріпити у нерухомій точці, то його кінець опише сферичну криву, яку називають *годографом* даної просторової кривої. Розміщення годографа на сфері прийнято визначати сферичними координатами — паралелями і меридіанами. Якщо полюси сфери розташовані на вертикальній лінії, то паралелі на сфері є лініями рівних величин зенітних кутів радіуса-вектора, а меридіани — лініями рівних азимутальних кутів свердловини.

Найпростішою лінією на сфері є так зване велике коло. У загальному випадку ця лінія може перетинати паралелі і меридіани під будь-якими кутами. Вона і є годографом кривої лінії, розташованої у похилій площині, і вона виражає найпростіші залежності між сферичними координатами α та β , що одночасно змінюються. За аналогією найпростішою лінією на площині є пряма.

Аналітичні залежності між групою сферичних параметрів кривизни свердловини (α , φ , β , ψ , $\Delta\gamma$, $\Delta\tau$, ρ) для простих випадків розглядаються у такий спосіб.

Плоска дуга, що може бути розміщена у похилій площині, характеризується відсутністю крутіння, тому $\Delta\tau = 0$ та $\rho = 90^\circ$. Замість φ_1 та φ_2 зручніше взяти параметр $\Delta\varphi_{1-2}$, оскільки абсолютна орієнтація за сторонами світу сфери, на якій відображається годограф, ролі не грає. Для визначення ψ потрібно знати лише α , φ та β , тому ψ також відпадає. Для довільної плоскої дуги в інтервалі між точками 1 і 2 залишається шість основних сферичних параметрів: α_1 , α_2 , $\Delta\varphi_{1-2}$, $\Delta\gamma_{1-2}$, β_1 , β_2 .

Розрахункова схема сферичних координат (рис. 5.37) пояснює геометричний зміст указаних параметрів, що характеризують інтервал плоскої дуги між точками 1 і 2, а також взаємозв'язок між ними. Допускають, що модуль радіуса-вектора, який описує годограф дуги 1–2,

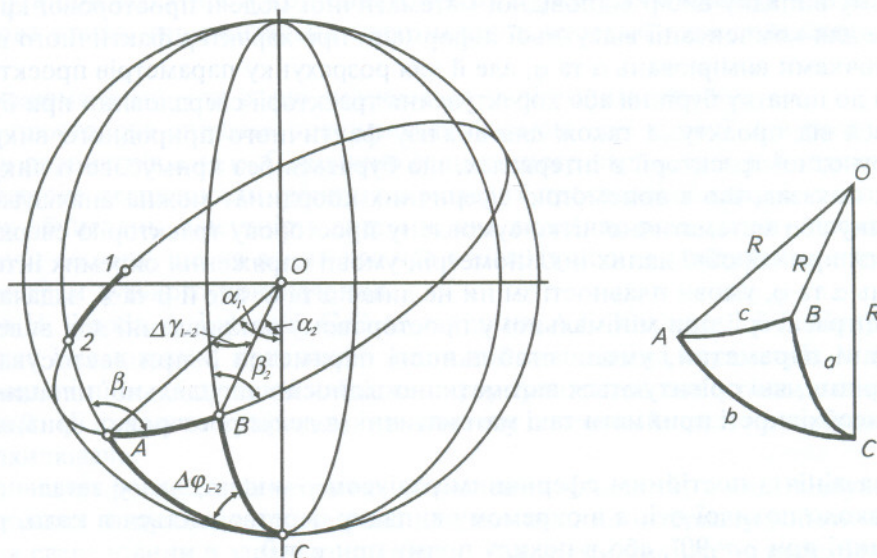


Рис. 5.37. Розрахункова схема сферичних координат

дорівнює радіусу кривизни. Тоді годографом дуги 1–2 є дуга AB . Обидві дуги розміщені на одному великому колі вказаної сфери в площині викривлення свердловини, тобто радіус-вектор OA збігається з напрямком дотичної до осі свердловини у вихідній точці 1, а радіус-вектор OB — в кінцевій точці 2. Вказані вектори і вертикаль OC утворюють центральні кути сферичного трикутника ABC . При цьому $\angle COA = \alpha_1$; $\angle COB = \alpha_2$ та $\angle AOB = \Delta\gamma_{1-2}$.

Вертикальні площини, що проходять через дуги AC і BC та вектори OA і OB , є апсидальними у вихідній і кінцевій точках інтервалу свердловини, який розглядається. Кут між вказаними площинами дорівнює зміні азимута свердловини, тобто внутрішній кут сферичного трикутника $\angle ACB$ дорівнює куту $\Delta\phi_{1-2}$, він також дорівнює проекції кута $\Delta\gamma_{1-2}$ на горизонтальну площину. Кут $\Delta\gamma_{1-2}$ розміщений у площині викривлення свердловини. Кути між площиною викривлення і вертикальними (апсидальними) площинами, які проходять через дуги AC і BC , відповідно дорівнюють β_1 та β_2 , тобто дорівнюють приведеним азимутам радіуса кривизни свердловини у вихідній і кінцевій точках.

Кути при вершинах сферичного трикутника дорівнюють також трьом сферичним параметрам кривизни свердловини: $A = 180^\circ - \beta_1$; $B = \beta_2$ та $C = \Delta\phi_{1-2}$. Інші три параметри, як зазначалося вище, характеризуються центральними кутами цього ж сферичного трикутника. У радіанному вимірюванні ці кути можуть бути виражені через відношення сторін сферичного трикутника до радіуса сфери:

$$b/R = \alpha_1; a/R = \alpha_2 \text{ та } c/R = \Delta\gamma_{1-2}.$$

При розгляді взаємозв'язків між кутами масштаб не має значення, тому для спрощення записів приймається $R = 1$. Тоді: $b = \alpha_1$; $a = \alpha_2$ та $c = \Delta\gamma_{1-2}$.

Таким чином, кути A , B , C та сторони a , b , c сферичного трикутника визначають залежності між шістьма основними сферичними параметрами кривизни свердловини. Параметри будь-якого інтервалу свердловини, викривленої у похилій площині, можуть бути представлені сферичним трикутником.

Нижче наведені деякі з формул сферичної тригонометрії, які використовувалися Г.Г. Семаком для аналізу і удосконалення методики розрахунку геометричних параметрів свердловин:

формула синусів

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}; \quad (5.5)$$

формула косинуса сторони

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A; \quad (5.6)$$

методом кругової перестановки елементів* аналогічні формули виводяться для сторін b та c , загальна їх кількість дорівнює 3;

контрольна формула Гаусса

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{b+c}{2}}{\operatorname{tg} \frac{b-c}{2}} = \frac{\operatorname{tg} \frac{B+C}{2}}{\operatorname{tg} \frac{B-C}{2}}; \quad (5.7)$$

загальна кількість цих формул дорівнює 3 (знаходяться методом кругової перестановки елементів);

*При круговій перестановці елементів сферичного трикутника кожна із сторін і кожний із кутів замінюються у формулі наступними за ходом сторонами і кутами (за відліком у будь-якому напрямку), при цьому останній елемент завжди замінюється першим.

формула чотирьох елементів

$$\cos c \cos A = \sin c \operatorname{ctg} b - \operatorname{ctg} B \sin A, \quad (5.8)$$

загальна кількість цих формул дорівнює 6 (знаходяться методом кругової перестановки елементів);

формула п'яти елементів

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A, \quad (5.9)$$

загальна кількість цих формул дорівнює 6 (знаходяться методом кругової перестановки елементів);

перша формула Даламбера

$$\sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{c}{2} = \cos \frac{a-b}{2} \cos \frac{C}{2}, \quad (5.10)$$

загальна кількість цих формул дорівнює 3 (знаходяться методом кругової перестановки елементів);

друга формула Даламбера

$$\sin \frac{A-B}{2} \sin \frac{c}{2} = \sin \frac{a-b}{2} \cos \frac{C}{2}, \quad (5.11)$$

загальна кількість цих формул дорівнює 3 (знаходяться методом кругової перестановки елементів).

Аналоги Непера

$$\operatorname{tg} \frac{B+C}{2} = \frac{\cos \frac{b-c}{2}}{\cos \frac{b+c}{2}} \operatorname{ctg} \frac{A}{2}; \quad (5.12)$$

$$\operatorname{tg} \frac{B-C}{2} = \frac{\sin \frac{b-c}{2}}{\sin \frac{b+c}{2}} \operatorname{ctg} \frac{A}{2}. \quad (5.13)$$

З рис. 5.37 видно, що зміна параметрів свердловини α та φ в інтервалі дуги 1–2 відповідає зміні сферичних координат точок годографа в інтервалі дуги AB .

Розрахунок геометричних параметрів свердловин на всій траєкторії при викривленні її за дугою для зміни α_1 та φ_1 на α_2 та φ_2 виконується з математичної точки зору аналогічно розрахунку сферичних координат навігаційного шляху по сфері, наприклад, по поверхні Землі. При цьому географічна широта кожної точки на цьому шляху відповідає куту нахилу свердловини, тобто куту $90^\circ - \alpha$. Географічна довжина відповідає азимуту свердловини, а курс руху, тобто кут між північним напрямком меридіана і напрямком переміщення відповідає орієнтації відхилювача, точніше куту $180^\circ - \beta$ у східній півкулі і $180^\circ + \beta$ — у західній. Довжину шляху визначає центральний кут охоплення сфери, що відповідає куту просторового викривлення свердловини $\Delta\gamma_{1-2}$.

Наведена аналогія, тобто ізоморфізм розв'язків задач навігації і керування траєкторією свердловини, полегшує складання номограм для визначення раціонального профілю свердловини та її геометричних параметрів по всьому інтервалу викривлення.

Переваги викривлення свердловини за плоскою дугою у порівнянні з іншими просторовими кривими полягають у тому, що це відповідає найкоротшій відстані між точками сфери, яка називається *геодезичною лінією*, а в навігаційній термінології — *ортодромією* (прямобіжучою).

Ортодромія особливо ефективна при прокладанні трас великої протяжності. Стосовно розрахунку профілів ПСС це означає, що за необхідності викривлення свердловин на великий просторовий кут $\Delta\gamma$ треба віддавати перевагу найкоротшому профілю у вигляді дуги, розташованої у похилій площині. При невеликих кутах $\Delta\gamma$ можна викривляти свердловину за просторовою кривою, для якої властива сталість орієнтації відхилювача по відношенню до апсидальної площини $\beta = \text{idem}$.

У навігації траса, яка характеризується сталістю курсу руху, зветься *локсодромією* (такою, що біжить навскіс). Застосовується вона при невеликих відстанях. Горизонтальна проекція вказаної просторової кривої має вигляд спіралі з такою самою кількістю витків, що й у локсодромії, тому вказана крива отримала назву «*просторова спіраль*».

На рис. 5.38 показана просторова спіраль та її сферичний годограф — локсодромія при $\beta = 60^\circ$, $i = 0,5$ град/10 м. Стрілкою вказано позитивний напрямок просторової спіралі. Якщо змінити цей напрямок на протилежний, то зображена на рисунку просторова спіраль відповідала би $\beta = 300^\circ$ (тобто $360^\circ - 60^\circ$). При $\beta = 120^\circ$ (або $\beta = 240^\circ$) крива мала би таку ж форму, але з вершинами, спрямованими донизу.

При $\beta < 60^\circ$ кількість витків спіралі зменшується у порівнянні із зображеним на рисунку, а при $\beta > 60^\circ$ збільшується.

При $\beta = 0$ або $\beta = 180^\circ$ спіраль перетворюється в коло, розташоване у вертикальній площині, а при $\beta = 90^\circ$ або $\beta = 270^\circ$ — у праву або ліву гвинтову лінію.

Якщо вісь свердловини має вигляд просторової кривої, що характеризується зміною інтенсивності викривлення і напрямком опуклості, але яка розташована в одній похилій площині, то радіус-вектор, який описує її годограф, не виходячи за межі вказаної площини, опише таку ж ортодромію, як і для плоскої дуги з постійною інтенсивністю викривлення. Різниця буде лише в напрямку та швидкості пересування радіуса-вектора по ортодромії.

Локсодромія також може являти собою складну просторову криву з постійною або змінною інтенсивністю викривлення, для якої характерною є лише сталість параметра β .

Плоска крива (коло, еліпс, логарифмічна спіраль тощо), розташована в похилій площині, характеризується такими зв'язками із сферичними параметрами кривизни. При переході від системи позначень, яка застосовується в сферичній тригонометрії, до прийнятої Г.Г. Семаком системи позначень геометричних параметрів свердловин потрібно врахувати, що $A = 180^\circ - \beta_1$, тобто $\sin A = \sin \beta_1$; $\cos A = -\cos \beta_1$; $\text{tg } A = -\text{tg } \beta_1$; $\text{tg } (A/2) = \text{ctg } (\beta_1/2)$; $\sin (A/2) = \cos (\beta_1/2)$ і $\cos (A/2) = \sin (\beta_1/2)$.

Однозначність визначення сферичних параметрів за допомогою тригонометричних функцій досягається таким чином. Для кутів, які змінюються у межах $0-180^\circ$ (α , α_6 , $\Delta\gamma$), дається на крайній випадок одна формула, яка виражає їх за допомогою косинуса, а для тих, що змінюються у межах $0-360^\circ$ ($\Delta\gamma$, β , $\Delta\beta$, ϕ_6 , $\Delta\tau$), — формула у вигляді дробу (α_6 , ϕ_6 — сферичні координати бінормалі). За величиною та знаком чисельника і знаменника дробу однозначно визначається єдине правильне значення аргументу тригонометричної функції у загальноприйнятому

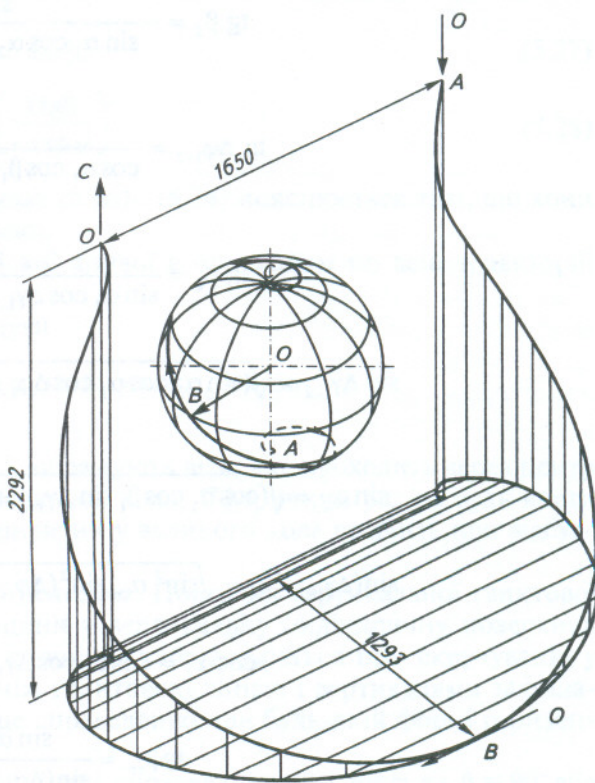


Рис. 5.38. Просторова спіраль та її сферичний годограф — локсодромія

порядку. Для кутів, які мають зміст лише при додатних значеннях ($\Delta\gamma$, γ , ρ), цей порядок є не-обов'язковим.

Формули для визначення сферичних параметрів одержані з (5.5)—(5.13) та їх аналогів

$$\frac{\sin \Delta\gamma_{1-2}}{\sin \Delta\phi_{1-2}} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_1}; \quad (5.14)$$

$$\cos \Delta\gamma_{1-2} = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \Delta\phi_{1-2}; \quad (5.15)$$

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\sin \alpha_2 \sin \Delta\phi_{1-2}}{\sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \Delta\phi_{1-2} - \sin \alpha_1 \cos \alpha_2}; \quad (5.16)$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 = -\frac{\sin \alpha_1 \sin \Delta\phi_{1-2}}{\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \Delta\phi_{1-2} - \sin \alpha_2 \cos \alpha_1}; \quad (5.17)$$

$$\operatorname{tg} \Delta\phi_{1-2} = \frac{\sin \beta_1 \sin \Delta\gamma_{1-2}}{\cos \alpha_1 \cos \beta_1 \sin \Delta\gamma_{1-2} + \sin \alpha_1 \cos \Delta\gamma_{1-2}}; \quad (5.18)$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{\sin \alpha_1 \sin \beta_1}{\sin \alpha_1 \cos \Delta\gamma_{1-2} \cos \beta_1 + \sin \Delta\gamma_{1-2} \cos \alpha_1}; \quad (5.19)$$

$$\sin \Delta\gamma_{1-2} = \sqrt{(\sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \Delta\phi_{1-2} - \sin \alpha_1 \cos \alpha_2)^2 + \sin^2 \alpha_2 \sin^2 \Delta\phi_{1-2}}; \quad (5.20)$$

$$\sin \alpha_2 = \sqrt{(\cos \alpha_1 \cos \beta_1 \sin \Delta\gamma_{1-2} + \sin \alpha_1 \cos \Delta\gamma_{1-2})^2 + \sin^2 \beta_1 \sin^2 \Delta\gamma_{1-2}}; \quad (5.21)$$

$$\sin(\Delta\gamma_{1-2} / 2) = \sqrt{\sin^2 \alpha_{cp} \sin^2(\Delta\phi_{1-2} / 2) + \sin^2(\Delta\alpha_{1-2} / 2) \cos^2(\Delta\phi_{1-2} / 2)}; \quad (5.22)$$

$$\cos \alpha_2 = \cos \alpha_1 \cos \Delta\gamma_{1-2} - \sin \alpha_1 \sin \Delta\gamma_{1-2} \cos \beta_1; \quad (5.23)$$

$$\operatorname{tg} \beta_{cp} = \frac{\sin \alpha_{cp}}{\sin(\Delta\alpha_{1-2} / 2)} \operatorname{tg}(\Delta\phi_{1-2} / 2); \quad (5.24)$$

$$\operatorname{tg}(\Delta\beta_{1-2} / 2) = -\frac{\cos \alpha_{cp}}{\cos(\Delta\alpha_{1-2} / 2)} \operatorname{tg}(\Delta\phi_{1-2} / 2), \quad (5.25)$$

де — $\beta_{cp} = (\beta_1 + \beta_2) / 2$;

$\alpha_{cp} = (\alpha_1 + \alpha_2) / 2$.

Елемент будь-якої просторової кривої, в тому числі й такої, що характеризується крутінням, при безмежному зменшенні є плоским, розташованим в площині дотику до кола. Тому деякі параметри, які належать до точки плоскої кривої, можуть характеризувати будь-яку просторову криву в точці. Це стосується орієнтації сторін відповідного тригранника.

Наприклад, азимут радіуса кривизни ψ (азимут горизонтальної проекції головної нормалі) для будь-якої точки складної просторової кривої дорівнює азимуту, який би мала крива після її викривлення в напрямку β на кут $\Delta\gamma = 90^\circ$. Тоді з формули (5.18) можна одержати

$$\psi = \varphi + \arctg\left(\frac{\operatorname{tg}\beta}{\cos\alpha}\right). \quad (5.26)$$

Сферичні координати бінормалі α_6 та φ_6 визначають орієнтацію дотичної площини (див. рис. 5.35), тобто площини, в якій відбувається викривлення. Бінормаль є перпендикулярною до цієї площини. Такі сферичні координати, як у бінормалі, мала би крива після їх викривлення в напрямку $\beta + 90^\circ$ на кут $\Delta\gamma = 90^\circ$.

Це обумовлює позитивний напрямок бінормалі, який збігається з тим напрямком погляду на досліджувану криву, при якій позитивний напрямок кривої є лише правим. Зенітний кут бінормалі α_6 змінюється в діапазоні $0-180^\circ$, так само як і зенітний кут свердловини α .

Із формул (5.21) і (5.18) можна одержати

$$\cos\alpha_6 = \sin\alpha \sin\beta; \quad (5.27)$$

$$\varphi_6 = \varphi + \arctg\left(\frac{\operatorname{ctg}\beta}{-\cos\alpha}\right). \quad (5.28)$$

Відсутність індексів при параметрах у формулах (5.26)–(5.28) пояснюється тим, що вони справедливі для будь-якої точки просторової кривої.

Природно, що напрямок бінормалі для плоскої кривої є однаковим по всій траєкторії: $\alpha_6 = \operatorname{idem}$, $\varphi_6 = \operatorname{idem}$.

Із рівняння (5.14) випливає, що у плоскій дуги

$$\sin\alpha_1 \sin\beta_1 = \sin\alpha_2 \sin\beta_2 = \sin\alpha_n \sin\beta_n = \cos\alpha_6 = \operatorname{idem}.$$

Аналогічно доводиться, що $\varphi_6 = \operatorname{idem}$.

Сферичні координати бінормалі на годографі зображують вісь, яка проходить через центр сфери і яка є перпендикулярною до площини великого кола. Сферичний радіус будь-якого великого кола $\rho = 90^\circ$. Відсутність геодезичної кривизни у великого кола свідчить про відсутність кручення кривої, тобто $\Delta\tau = 0$ та $i_\tau = 0$.

Гвинтова лінія може бути вертикальною або похилою. Поверхня вертикальної гвинтової лінії може бути отримана при скручуванні площини у вертикальну циліндричну поверхню. Пряма похила лінія, попередньо накреслена на площині, перетворюється при скручуванні у вертикальну гвинтову лінію. Очевидно, що кут між гвинтовою лінією і вертикалями залишається незмінним по всій її довжині ($\alpha = \operatorname{idem}$), і це справедливо при будь-якій формі горизонтального перерізу утвореної поверхні.

Для вертикальної гвинтової лінії у будь-якій точці справедливо $\alpha = \operatorname{idem}$ та $\beta = 90^\circ$ або $\beta = 270^\circ$. Кут просторового викривлення визначається

$$\Delta\gamma_{1-2} = \Delta\varphi_{1-2} \sin\alpha. \quad (5.29)$$

Для обчислення азимута радіуса кривизни ψ можна користуватися формулою (5.26), а для α_6 та φ_6 — відповідно (5.27) і (5.28).

Гвинтовій лінії властиве кручення, кут кручення $\Delta\tau_{1-2}$ в інтервалі 1–2 визначається за формулою

$$\Delta\tau_{1-2} = \Delta\gamma_{1-2} \operatorname{ctg}\alpha. \quad (5.30)$$

Годограф дотичної до вертикальної гвинтової лінії описує одну з паралелей, що відповідають умові $\alpha = \operatorname{idem}$, довкола полюса (вертикалі). Паралель перетинає всі меридіани під прямим кутом, і це відповідає умові $\beta = 90^\circ$ або $\beta = 270^\circ$.

Годограф біномалі описує також паралель, яка відповідає лише куту $\alpha_6 = 90^\circ - \alpha$. Довжина першої паралелі дорівнює сумарному куту повороту дотичної, а довжина другої — сумарному куту кручення, що припадає на один виток гвинтової лінії.

При $\alpha = 90^\circ$ вертикальна гвинтова лінія сплющується до кола, розташованого у горизонтальній площині. Її біномаль не обертається і стає вертикальною, що проходить через полюс сфери.

Загалом пряма вісь утворюючого циліндра гвинтової лінії може бути похилою і мати сферичні координати α_0 та φ_0 , тоді годограф цієї похилої гвинтової лінії опише на сфері мале коло навколо сферичного центру з координатами α_0 та φ_0 . Такий годограф можна розглядати як паралель навколо полюса, зміщеного у точку α_0 та φ_0 . Відстань ρ від центру α_0 та φ_0 до лінії годографа, виражена в градусах, є сферичним радіусом гвинтової лінії. З такого визначення випливає, що для вертикальної гвинтової лінії $\alpha = \rho$, а зенітний кут похилої гвинтової лінії змінюється у межах $\alpha = \alpha_0 \pm \rho$.

Природно, що взаємозв'язок між просторовим викривленням $\Delta\gamma$ (поворот дотичної) і крученням $\Delta\tau$ (поворот біномалі), виражений формулою (5.30), не змінюється від того, що за інших однакових умов вісь гвинтової лінії нахилилася. Тому формула (5.30) стосовно похилої гвинтової лінії отримає вигляд

$$\Delta\tau_{1-2} = \Delta\gamma_{1-2} \operatorname{ctg} \rho. \quad (5.31)$$

Для інших сферичних параметрів кривизни аналогічний простий перехід неможливий. На рис. 5.39 показано годограф похилої гвинтової лінії у вигляді малого кола із сферичним радіусом ρ та центром з координатами α_0 та φ_0 . Для визначення сферичних параметрів α_N , φ_N та β_N для будь-якої точки N , розташованої на годографі, Г.Г. Семак ввів новий параметр λ як незалежний аргумент, який збільшується при русі точки за годографом в додатному напрямку. Параметр λ дорівнює куту між меридіаном, який проходить через центр годографа O , і лінією, що з'єднує цей центр із досліджуваною точкою N . Початок відрахунку λ знаходиться в точці A , де азимут похилої гвинтової лінії збігається з азимутом її осі $\varphi_A = \varphi_0$, крім того, $\alpha_A = \alpha_0 + \rho$ є максимальним і $\beta_A = 90^\circ$.

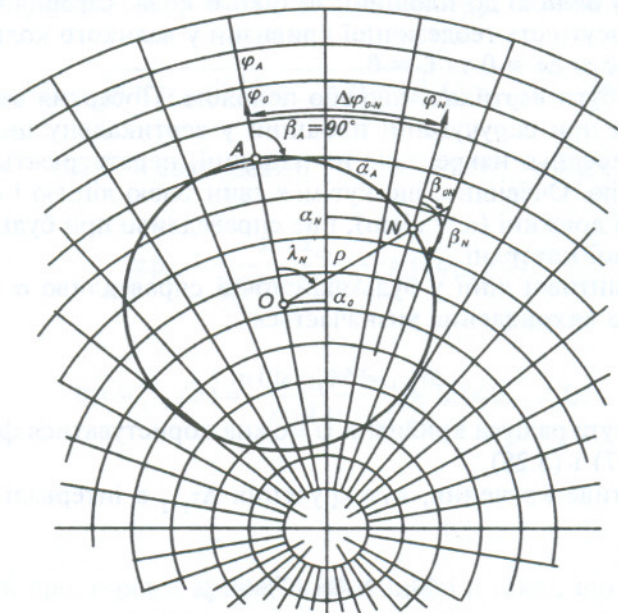


Рис. 5.39. Годограф похилої гвинтової лінії

Якщо точка O суміщується з полюсом сфери, тобто якщо гвинтова лінія стає вертикальною, то параметр λ_N перетворюється у φ_N так само, як ρ перетворюється у α .

Величини α_N , φ_N та β_N визначаються як кінцеві параметри ортодромії ON . Вихідними даними для розрахунку є: α_0 , довжина ортодромії $\Delta\gamma_{O-N} = \rho$ та кут λ_N , який є параметром β_0 для вихідної точки ортодромії ON . Використовуючи формулу (5.23) стосовно даної системи позначень, отримаємо

$$\cos \alpha_N = \cos \alpha_0 \cos \rho - \sin \alpha_0 \sin \rho \cos \lambda_N; \quad (5.32)$$

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi_{O-N} = \frac{\sin \rho \sin \lambda_N}{\cos \alpha_0 \sin \rho \cos \lambda_N + \sin \alpha_0 \cos \rho}. \quad (5.33)$$

У кінцевій точці N ортодромія перетинає меридіан під кутом β_{ON} , а лінія годографа — під прямим кутом. Тому параметр β_N для похилої гвинтової лінії в точці N дорівнює $\beta_{ON} + 90^\circ$. З урахуванням цього і при використанні формули (5.19), отримаємо

$$\operatorname{tg} \beta_N = -\frac{\sin \alpha_0 \cos \rho \cos \lambda_N + \cos \alpha_0 \sin \rho}{\sin \alpha_0 \sin \lambda_N}. \quad (5.34)$$

У деяких випадках виявляється необхідність визначення допоміжного параметра λ_N при заданих величинах α_N , β_N , ρ_N :

$$\lambda_N = 180 + \arctg \left(\frac{\sin \alpha_N \sin \beta_N}{\sin \alpha_N \cos \rho \cos \beta_N + \sin \rho \cos \alpha_N} \right). \quad (5.35)$$

При $\rho = 90^\circ$ похила гвинтова лінія сплющується і перетворюється в похиле коло.

Сферичні параметри кривизни траєкторії у вигляді кола по відношенню до незалежного аргументу λ визначаються більш простими формулами, отриманими з (5.32) — (5.34) при $\rho = 90^\circ$:

$$\cos \alpha_N = \sin \alpha_6 \cos \lambda_N; \quad (5.36)$$

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi_{O-N} = \frac{\operatorname{tg} \lambda_N}{\cos \alpha_6}; \quad (5.37)$$

$$\operatorname{tg} \beta_N = -\frac{\operatorname{ctg} \alpha_6}{\sin \lambda_N}. \quad (5.38)$$

У цих формулах замість зенітного кута осі гвинтової лінії α_0 фігурує зенітний кут бінормалі α_6 . При $\rho = 90^\circ$ це відповідає раніше прийнятому позначенню, що належить до похилої дуги.

Якщо задані α_N та β_N , то для точки похилого кола

$$\lambda_N = 180 + \arctg \left(\frac{\sin \alpha_N \sin \beta_N}{\cos \alpha_N} \right). \quad (5.39)$$

Якщо відомі α_1 , β_1 та $\Delta\gamma_{1-2}$ і необхідно визначити α_2 , β_2 та $\Delta\varphi_{1-2}$, то послідовність розрахунків може бути такою: α_6 вираховують за формулою (5.27); λ_1 — за (5.36); $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\gamma_{1-2}$ — за (5.37); β_2 — за (5.38); $\Delta\varphi_{1-2}$ — за (5.37). В окремому випадку при $\rho = 0$ похила гвинтова лінія зливається зі своєю віссю і перетворюється в похилу пряму, у якої $\alpha = \text{idem}$; $\varphi = \text{idem}$; $\Delta\gamma = 0$; $\Delta\varphi = 0$, а параметр β не має змісту.

Просторова спіраль із вертикальною віссю ($\beta = \text{idem}$) характеризується взаємозв'язками між сферичними параметрами кривизни, які відомі для локсодромії з навігації, а також із праць Ю.А. Аронова, Ю.С. Васильєва і А.Г. Калініна.

У прийнятій Г.Г. Семаком системі позначень кути, виражені у радіанах, мають такий вигляд:

$$\text{tg}(\alpha_2/2) = \exp(\Delta\varphi_{1-2} \text{ctg}\beta) \text{tg}(\alpha_1/2); \quad (5.40)$$

$$\Delta\varphi_{1-2} = \ln \left| \frac{\text{tg}(\alpha_2/2)}{\text{tg}(\alpha_1/2)} \right| \text{tg}\beta; \quad (5.41)$$

$$\Delta\alpha_{1-2} = \Delta\gamma_{1-2} \cos\beta. \quad (5.42)$$

Невизначеність рівняння (5.41) при $\beta = 90^\circ$ розкривається такою формулою:

$$\Delta\varphi_{1-2} = \frac{\Delta\gamma_{1-2}}{\sin\alpha}. \quad (5.43)$$

Оскільки при $\beta = 90^\circ$ або $\beta = 270^\circ$ просторова спіраль з вертикальною віссю перетворюється у вертикальну гвинтову лінію, а остання — у коло або вертикаль, то похилу просторову спіраль можна розглядати як більш загальну модель просторової кривої. Проте при нахилі її осі параметр β втратив би початковий геометричний зміст, і тому розглядати таку модель кривої нема необхідності.

Декартові координати просторової траєкторії. Сферичні параметри кривизни свердловини $\alpha, \varphi, \beta, \psi, \Delta\tau, \rho, \Delta\gamma$ визначають лише орієнтацію і характер згину її траєкторії, проте вони не враховують масштаб і різні лінійні величини. Вони залишаються однаковими при пропорційному збільшенні або зменшенні траєкторії до будь-яких розмірів і навіть тоді, коли масштабні коефіцієнти окремих інтервалів, що стикаються, є різними.

Такий підхід до розрахунків при розгляді сферичних параметрів як самостійної групи об'єктивно виправданий і ефективний. Він є основою для подальших розрахунків просторової траєкторії, яка характеризується ще й загальноприйнятими параметрами R, i, l, x, y, z тощо.

Масштабний коефіцієнт або взаємозв'язок між двома вказаними групами параметрів здійснюється через відоме співвідношення $K = d\gamma/dl$, що виражає математичне визначення поняття кривизни просторової лінії у загальному випадку.

Інтенсивність i (град/10 м) та радіус R викривлення просторової траєкторії визначаються за формулами, наведеними у розділі 5.3.1. Вважається, що інтенсивність викривлення між сусідніми точками є постійною.

Гвинтова лінія добре описується за допомогою утворюючої циліндра, на якому вона розташовується. Радіус цього циліндра r знаходиться залежно від радіуса кривизни гвинтової лінії R

$$r = R \sin^2 \rho. \quad (5.44)$$

Приріст декартових координат в інтервалі *похилої гвинтової лінії* між точками 1 і 2 при відомих $\alpha_0, \varphi_0, \rho, \lambda_1, \lambda_2, \gamma_1$ та $\Delta\lambda_{1-2}$ визначають за формулами

$$\begin{cases} \Delta x_{1-2} = r[(\sin \lambda_2 - \sin \lambda_1)] \cos \alpha_0 \sin \varphi_0 + (\cos \lambda_1 - \cos \lambda_2) \cos \varphi_0 + \\ + \Delta l_{1-2} \cos \rho \sin \lambda_0 \sin \varphi_0; \\ \Delta y_{1-2} = r[(\sin \lambda_2 - \sin \lambda_1) \cos \alpha_0 \cos \varphi_0 + (\cos \lambda_1 - \cos \lambda_2) \sin \varphi_0] + \\ + \Delta l_{1-2} \cos \rho \sin \alpha_0 \cos \varphi_0; \\ \Delta z_{1-2} = r(\sin \lambda_1 - \sin \lambda_2) \sin \alpha_0 + \Delta l_{1-2} \cos \rho \cos \alpha_0. \end{cases} \quad (5.45)$$

Вихідні дані для розрахунків декартових координат можна обчислити за (5.16)—(5.36).

Формули (5.45) вміщують дві складові: перша виражає вплив приросту координат внаслідок обертання точки навколо осі циліндра при її переміщенні по траєкторії гвинтової лінії, а друга — внаслідок переміщення вздовж осі циліндра. Тому рівняння (5.45) можуть бути використані для визначення приросту координат в загальному випадку ($r \neq 0$; $0 < \rho < 90^\circ$) або в окремих випадках — приросту координат дуги похилого кола ($r \neq 0$; $\rho = 90^\circ$) і прямої лінії ($r = 0$; $\rho = 0$).

Приріст декартових координат в інтервалі *просторової спіралі* ($\beta = \text{idem}$) між точками 1 і 2 визначають за такими формулами:

$$\begin{cases} \Delta x_{1-2} = \frac{R}{\sin \beta} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) \sin \alpha_1 \sin \alpha_2; \\ \Delta y_{1-2} = \frac{R}{\sin \beta} (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) \sin \alpha_1 \sin \alpha_2; \\ \Delta z_{1-2} = \frac{R}{\cos \beta} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1). \end{cases} \quad (5.46)$$

Формули для визначення Δx_{1-2} та Δy_{1-2} одержані в припущенні про постійність радіуса кривизни горизонтальної проекції просторової спіралі. Зі зменшенням довжини інтервалу Δl_{1-2} точність розрахунків підвищується.

Г.Г. Семак обґрунтував визначення приросту декартових координат похилої дуги при заданих вихідних параметрах α_1 , φ_1 , β_1 та за величиною зростаючого змінного аргументу $\Delta \gamma_{1-2}$ із таких залежностей:

$$\begin{cases} \Delta x_{1-2} = R [\sin \alpha_1 \sin \varphi_1 \sin \Delta \gamma_{1-2} + (\cos \alpha_1 \sin \varphi_1 \cos \beta_1 + \cos \varphi_1 \sin \beta_1) (1 - \cos \Delta \gamma_{1-2})]; \\ \Delta y_{1-2} = R [\sin \alpha_1 \cos \varphi_1 \sin \Delta \gamma_{1-2} + (\cos \alpha_1 \cos \varphi_1 \cos \beta_1 - \sin \varphi_1 \sin \beta_1) (1 - \cos \Delta \gamma_{1-2})]; \\ \Delta z_{1-2} = R [\cos \alpha_1 \sin \Delta \gamma_{1-2} - (1 - \cos \Delta \gamma_{1-2}) \sin \alpha_1 \cos \beta_1]. \end{cases} \quad (5.47)$$

При постійній інтенсивності викривлення величина $\Delta \gamma_{1-2}$ є пропорційною до приросту довжини свердловини Δl_{1-2} .

Якщо ж в інтервалі, який розглядається, свердловина є прямою (тобто $i = 0$ та $R \rightarrow \infty$), то формули (5.47) набудуть вигляду

$$\begin{cases} \Delta x_{1-2} = \Delta l_{1-2} \sin \alpha_1 \sin \varphi_1; \\ \Delta y_{1-2} = \Delta l_{1-2} \sin \alpha_1 \cos \varphi_1; \\ \Delta z_{1-2} = \Delta l_{1-2} \cos \alpha_1. \end{cases} \quad (5.48)$$

Формули (5.45)—(5.48) рекомендуються для розрахунків фактичної траєкторії свердловини за результатами інклінометрії після попереднього визначення β_1 з виразу (5.16), $\Delta \gamma_{1-2}$ — з (5.20), а також R .

5.3.4. РОЗРАХУНОК СФЕРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ТРАЄКТОРІЙ СВЕРДЛОВИН З ВИКОРИСТАННЯМ ГОДОГРАФА

Коректування просторового профілю свердловини під час буріння для виведення її траєкторії на задані сферичні координати можливе різними шляхами:

при різній інтенсивності викривлення свердловини (залежно від типу КНБК) і одночасній або неодноразовій зміні зенітного кута і азимута свердловини;

при різних поєднаннях інтенсивності одночасно зенітного і азимутального викривлень;

при постійному або змінному куті встановлення відхилювача по всьому інтервалу викривлення.

Сумарний просторовий кут викривлення свердловини в інтервалі коректування профілю виходить різним. Різними виходять і довжина інтервалу роботи з відхилювачем, витрати часу та засобів на коректування, якість просторового профілю свердловини. Одним з основних критеріїв, які характеризують якість робіт по коректуванню траєкторії свердловини, треба вважати довжину інтервалу роботи з відхилювачем та інтенсивність викривлення. Бажано, щоб ці параметри були мінімальними.

Розрахунок сферичних параметрів кривизни траєкторій свердловини (α , φ , β , ψ , $\Delta\gamma$, $\Delta\tau$, ρ) може бути виконаний аналітично за формулами (5.14)—(5.48) та графоаналітично з використанням годографа. В останньому разі ефективно використовується ізоморфізм математичного апарату при вирішенні задач керування траєкторією свердловини і задач навігації. Використання годографа наглядно ілюструє просторову траєкторію на площині.

Кінець кінцевого вектора, який відповідає напрямку дотичної при русі точки за просторовою траєкторією, у загальному випадку описує *сферичний годограф траєкторії свердловини*. Найбільш точними були б розрахунки із застосуванням сферичного годографа. Однак простіше це вести на плоскому рисунку.

Відомо, що спроектувати поверхню сфери на площину без викривлень неможливо. Найменші викривлення сітки сферичних координат, спроектованої на площину, мають місце біля точки, де ця площина доторкується до сфери. З допустимою для практичних розрахунків точністю можна користуватися проєкціями, що охоплюють плоский кут сфери до 25° від центральної точки. Зенітний кут свердловини може досягти 90° і більше.

На рис. 5.40 показані два бланки сітки сферичних координат для нанесення на них годографа свердловини при зміні її зенітного кута.

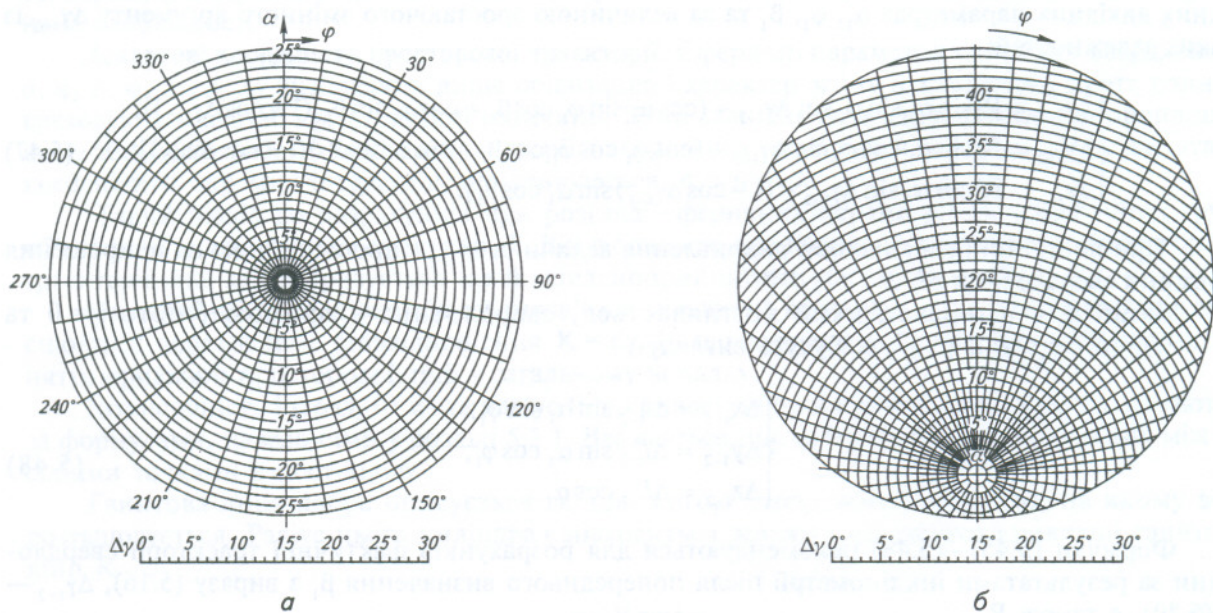


Рис. 5.40. Бланки сітки сферичних координат для побудови годографів у діапазоні зенітних кутів:
а) $0-25^\circ$; б) $0-90^\circ$

Перша сітка координат побудована в полярній азимутальній картографічній проєкції, друга — в ортогональних проєкціях.

Розрахунки із застосуванням годографа зводяться до простих графічних побудов, які дозволяють вирішувати задачі, що виражаються складними аналітичними залежностями.

За допомогою годографа можна опрацьовувати дані про фактичну траєкторію свердловини, аналізувати тенденцію до природного викривлення, розраховувати сферичні координати траєкторії для свердловин, які відхилилися від проєкту.

Форма нанесеного на координатну сітку годографа не відображує форму траєкторії буквально. Годограф є лише характеристичною лінією, яка розкриває особливості складної просторової траєкторії у специфічній інтерпретації. При цьому елементи і параметри траєкторії отримують новий геометричний зміст і тому легше піддаються розрахункам. На годографі, наприклад, точно видно: кут просторового викривлення між точками траєкторії, орієнтація відхилювача або вектори природного викривлення, кручення кривої та ін. (табл. 5.2).

Таблиця 5.2

Співвідношення геометричних змістів

Геометричний зміст параметра в дійсності	Геометричний зміст параметра, представленого у вигляді годографа на сітці сферичних координат
Зенітний кут α	Відстань від полюса, паралель
Азимутальний кут φ	Меридіан
Вертикальна лінія, $\alpha = 0$	Точка полюса
Похила лінія із заданими φ та α	Точка, що відповідає сферичним координатам φ та α
Ламана лінія	Окремі, не з'єднані між собою точки
Похиłe повне коло	Велике коло на сфері
Кут повороту ламаної лінії при переході з першого прямого відрізка на другий $\Delta\gamma_{1-2}$	Відстань між точками 1 (α_1, φ_1) та 2 (α_2, φ_2) в тому самому масштабі, у якому вимірюється зенітний кут
Плоска крива, дуга АВ із початковими і кінцевими зенітними і азимутальними кутами $\alpha_A, \varphi_A, \alpha_B, \varphi_B$	Пряма лінія, яка з'єднує точки А та В із заданими сферичними координатами
Просторовий кут повороту дотичної до плоскої кривої АВ, тобто центральний кут охоплення дуги АВ $\Delta\gamma_{1-2}$	Довжина прямої лінії АВ
Спряжені дуги, розташовані у різних площинах	Ламана лінія
Гвинтова лінія навколо вертикалі при $\alpha = \text{idem}$	Коло, яке відповідає паралелі із заданим $\alpha = \text{idem}$
Похила гвинтова лінія навколо осі із заданими α_0 та φ_0	Коло (на сфері мале коло) із центром у точці, яка відповідає α_0 та φ_0
Азимут радіуса кривизни ψ	Азимут лінії годографа по відношенню до нульового меридіана; використовується лише при $\alpha = 0-25^\circ$
Кут орієнтації викривлення, приведений азимут радіуса кривизни, кут встановлення відхилювача β	Кут між меридіаном і лінією годографа (при цьому додатним напрямком меридіана вважається напрямком в сторону збільшення зенітного кута)
Кут Δt між двома площинами, в яких розміщені дуги, які спряжені на лінії перетинання площин	Кут Δt між двома прямими, що відображують спряжені між собою дуги; вершина кута Δt відображує дотичну лінію, яка належить двом спряженим дугам, тобто лінію перетинання двох площин

Побудова годографа інтервалу свердловини зводиться до нанесення на координатну сітку бланка точок, що відповідають кожному вимірюванню α та φ (рис. 5.41, лінія MN). Інклінометрія дає інформацію не про весь стовбур, а лише про напрямок осі свердловини в окремих точках. Окремі (не з'єднані) точки, нанесені на бланк, є годографом ламаної лінії, яка складається з прямих відрізків (дотичних у точках вимірювання α та φ). Відстань між точками відповідає кутам повороту цих прямих відрізків траєкторії на зламах.

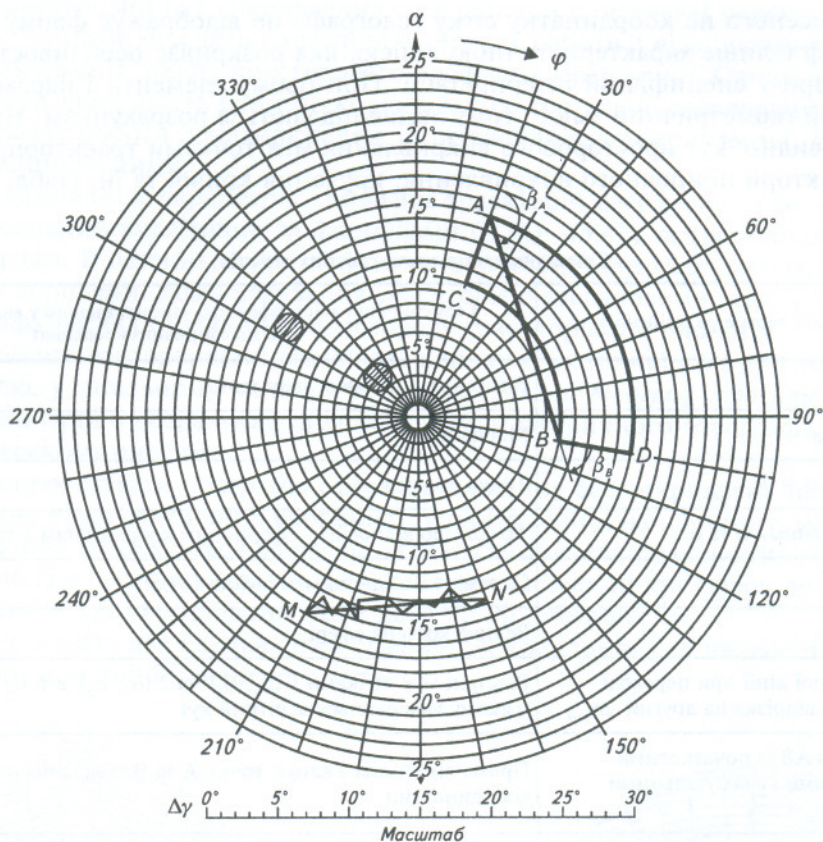


Рис. 5.41. Приклади використання годографів:

MN — годограф окремого пробуреного інтервалу свердловини, побудований за даними інклінометрії;
AB — годограф проекційної найкоротшої відстані, прокладений за похилою дугою з метою коректування траєкторії свердловини, що відхилилася від проектного профілю; заштриховані круги — приклади похибок окремих вимірювань сферичних координат α та φ

Подальша обробка отриманих даних зводиться до того, щоб раціональним чином доповнити відсутню інформацію про сферичні координати свердловини в інтервалі між сусідніми точками їх вимірювання. Іншими словами, потрібно вибрати найбільш відповідну математичну модель просторової кривої, для якої відомі аналітичні залежності між сферичними параметрами при безперервному русі точки за кривою.

Можна, наприклад, допустити, що дотичні до просторової кривої, проведені в сусідніх точках вимірювання α та φ , перетинаються. Тоді кожні дві сусідні дотичні, що перетинаються, визначають орієнтацію площини, в якій має місце викривлення в інтервалі між сусідніми точками *A* та *B*, а траєкторія *AB* може мати вигляд плоскої дуги, яка спряжена з цими дотичними. Можна вважати, що інтенсивність викривлення в межах однієї дуги залишається постійною. Траєкторія свердловини загалом буде плавно вигнутою і, безумовно, буде більш досконалою порівняно з ламаною лінією.

Для побудови годографа просторової траєкторії відповідно до прийнятої умови необхідно з'єднати сусідні точки прямими лініями в міру поглиблення свердловини. Ламана лінія зображує плавно вигнуту просторову криву, яка складається із плоских спряжених дуг.

У багатьох відношеннях таке розмежування складної просторової кривої є досить прийнятним. Всю траєкторію можна розрахувати, використовуючи аналітичні залежності для плоскої дуги. Проте, якщо добиватися максимальної точності відновлення просторової траєкторії за даними інклінометрії, то виникає ряд нових задач. Інклінометрія дає дискретні величини α та φ на певних глибинах свердловини за довжиною *l* кабелю в точках, які обираються наперед.

Розташування цих точок не може бути прив'язане до яких-небудь характерних точок просторової траєкторії свердловини і є відносно неї випадковим. У цих точках годограф буде мати злами, які свідчать про стрибкоподібну зміну орієнтації площин викривлення елементарних дуг. У цих же місцях буде стрибкоподібно змінюватися інтенсивність викривлення. Якщо провести повторну інклінометрію, наприклад, у точках посередині між першими вимірюваннями α та φ , і вважати, що дані інклінометрії в обох випадках абсолютно точні, то точки другого годографа, звичайно, не попадуть у середні точки відрізків першого годографа, так само, як і точки першого годографа не будуть знаходитися в середніх точках відрізків другого. Це природно, тому що необхідний збіг теоретично нездійснимий для плавно зігнутої просторової траєкторії будь-якої форми. Він можливий лише у разі плоскої траєкторії, що відображує на годографі пряму лінію.

На рис. 5.42 показано плавну криву — годограф просторової траєкторії, що приймається як істинна, а ламані лінії — годографи, побудовані за результатами окремих вимірювань.

Очевидно, що ці два годографи є наближеними, не дивлячись на абсолютну точність вимірювання. Обидва стягують плавно зігнуту криву і мають меншу у порівнянні з нею довжину. Очевидно, що заміна інтервалів просторово викривленої траєкторії плоскими дугами призводить до зменшення сумарного просторового викривлення кривої.

З рис. 5.42 видно, що дійсний годограф в інтервалі ACB має вигляд дуги із центром у точці O , а форма траєкторії — це елемент похилої гвинтової лінії, яка обертається навколо осі із сферичними координатами α_0 та φ_0 .

Якщо дана крива в інтервалі ACB має сталу кривизну, то за допомогою формул для гвинтової лінії (5.45) можна розрахувати точний приріст декартових координат Δx_{A-C-B} , Δy_{A-C-B} , Δz_{A-C-B} .

Якщо вказаний інтервал має вигляд плоскої дуги (тобто прямого відрізка AB на одному з годографів), то після розрахунків сферичних параметрів і приросту декартових координат отримаємо дещо інший результат.

З метою спрощення аналізу перенесемо сферичний центр α_0 та φ_0 цього елемента гвинтової лінії у полюс сферичних координат, тобто розглянемо такий же елемент кривої, що належить лише вертикальній гвинтовій лінії. На рис. 5.43 показані два різні годографи, які з'єднують точки A та B різними шляхами — AOB та ACB . Сферичні координати α_A , φ_A та α_B , φ_B двох крайніх точок інтервалу є однаковими.

Приклад 5.5. Розглядаємо конкретні вихідні дані (рис. 5.43,а): $\alpha_A = 1,25^\circ$; $\alpha_B = 1,25^\circ$; $\Delta\varphi_{A-B} = 180^\circ$; $\Delta l_{A-B} = 25$ м.

У разі дугоподібної траєкторії OAB отримаємо: $\Delta\gamma_{A-O-B} = 2,5^\circ$; $i = 1$ град/10 м; $R = 573$ м, горизонтальне зміщення середньої точки O дорівнює $OA = 0,136$ м, зміщення нижньої точки B'' по відношенню до верхньої відсутнє.

У разі гвинтоподібної траєкторії ACB' маємо: $\Delta\gamma_{A-C-B} = 3,93^\circ$; $i = 1,57$ град/10 м; $R = 365$ м; $\rho = 1,25^\circ$, радіус гвинтової лінії $g = 0,174$ м, горизонтальне зміщення точки B' по відношенню до верхньої точки A дорівнює $2g = 0,348$ м.

Таким чином, координати нижчерозташованої точки залежать від прийнятої математичної моделі кривої в інтервалі, що розглядається. При кожному кроці маркшейдерського розрахунку похибка у визначенні координат накопичується і перевірити її іншим способом, ніж оцінити її за допомогою більш досконалого розрахунку, неможливо.

Оцінити отриману різницю горизонтального зміщення нижньої точки можна шляхом переведення її на величину похибки зенітного кута, яка призводить на цій же довжині траєкторії

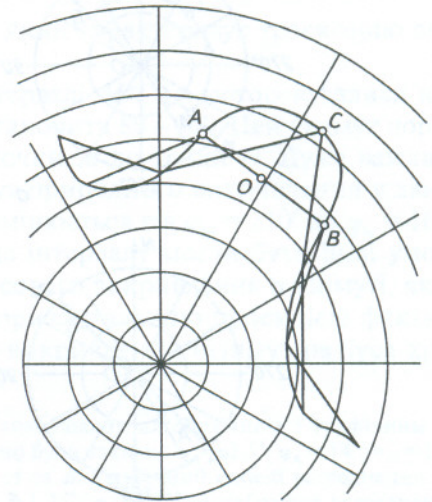


Рис. 5.42. Різниця між істинним, плавно зігнутим годографом просторової траєкторії і годографами, побудованими за результатами абсолютно точних дискретних вимірювань за точками, що не збігаються

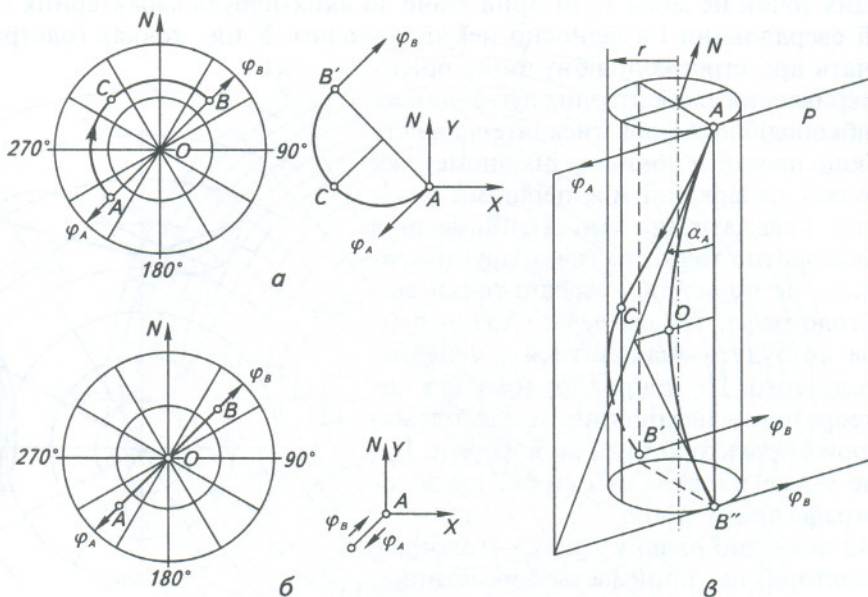


Рис. 5.43. Годографи (а), горизонтальні проекції (б) і аксонометрія (в) двох траєкторій з однаковими сферичними координатами α та φ у початковій і кінцевій точках

до такого самого зміщення. У прикладі 5.5 похибка $\Delta\alpha = 0,8^\circ$. З цієї ж причини спотворюються і такі параметри кривизни, як $\Delta\gamma$, i , R , які визначаються довжиною годографів тієї ж кривої. Ще більш істотно спотворюються параметри β та ψ (див. табл. 5.2), що добре видно з рис. 5.42, де напрямок ліній двох ламаних годографів за точками траєкторії, що не збігаються, істотно відрізняється від напрямку плавно вигнутого годографа, що приймається як істинний. Останнє підтверджує більшу чутливість і ефективність методики аналізу просторової кривої за допомогою годографа.

Істотне спотворення форми траєкторії отримується внаслідок недостатньої точності інклінометрії. За допомогою годографа легко оцінити величину цієї похибки. Звичайно похибку інклінометрії визначають окремо за зенітним і азимутальним кутами. Таке розділення виправдане тим, що в інклінометрії є два відповідних датчики. Проте, враховуючи природу вимірюваного параметра, зручніше визначати похибку як кут $\Delta\gamma$ між істинним напрямком вимірюваного вектора і тим вектором, який отримується з двох вимірюваних сферичних координат α та φ .

На годографі кут $\Delta\gamma$ дорівнює відстані між двома точками, що зображують два вектори, тобто якщо ймовірність відхилень у різні сторони є однаковою, то діапазон можливої орієнтації істинного вектора на годографі може бути представлений у вигляді круга з радіусом, який дорівнює абсолютній похибці $\Delta\gamma$, при розташуванні центра круга у точці, що відповідає вимірюваним величинам α_0 та φ_0 .

На рис. 5.41 показані два заштриховані круга, які ілюструють співвідношення похибок $\Delta\alpha$ та $\Delta\varphi$ за різних величин α . Чим ближче круг до полюса сферичних координат, тобто чим менше α , тим більший діапазон можливих величин φ він охоплює.

Годограф реальної свердловини за даними інклінометрії без відповідної обробки звичайно являє собою зигзагоподібну ламану лінію, наприклад, в інтервалі MN (рис. 5.41). Якщо у кожній точці вимірювань α та φ розташувати центр круга з радіусом, який відповідає паспортній похибці приладу, то деякі круги на годографі частково перекриваються. При накладанні на цей годограф даних наступних вимірювань його зигзагоподібність збільшиться.

Множини незалежних вимірювань на глибинах, які збігаються і не збігаються, у разі монотонного викривлення траєкторії при перенесенні на сітку сферичних координат утворюють зігнуту смугу точок.

Ширина цієї смуги, виражена через кут $\Delta\gamma$, визначає дійсну сумарну похибку інклінометрії внаслідок похибок приладів, впливу неспіввісного розташування їх у свердловині, наявності локальних викривлень стовбура, неточностей передачі інформації, завищеного заокруглення отриманого результату тощо.

Середня згладжена лінія цієї смуги буде годографом, який характеризує траєкторію свердловини з найбільшою точністю.

З годографа (рис. 5.41) можна бачити, що якщо в інтервалі MN не застосовувалися відхилювачі, то азимут радіуса природного викривлення ψ_n становить $80-90^\circ$. Цей азимут дорівнює азимуту плавної усередненої кривої у напрямку від точки M до точки N . Дуже важливо відзначити, що визначений за допомогою годографа азимут природного викривлення у даному разі не збігається з азимутом нахилу свердловини, який змінюється від $\varphi_M = 210^\circ$ до $\varphi_N = 160^\circ$. Це пояснюється тим, що при бурінні розташованого вище інтервалу могли бути інші умови природного викривлення або застосовувалися засоби примусового викривлення в азимуті, який не збігається з природною тенденцією викривлення. За горизонтальною проекцією фактичної траєкторії свердловини вказаний азимут природного викривлення (азимут радіуса кривизни ψ) не завжди можна визначити.

Приклад 5.6. Розглянемо, за Г.Г. Семаком, оцінку похибки вимірювань алгебраїчним і графічним (за допомогою годографа) усередненнями. Дані двох вимірювань в одній точці були такими: $\alpha_A = 2,5^\circ$; $\varphi_A = 14^\circ$; $\alpha_B = 1,5^\circ$; $\varphi_B = 122^\circ$. Годограф цих вимірювань (рис. 5.44) являє собою дві точки A та B . Графічний спосіб усереднення дає точку C_1 , розміщену посередині прямого відрізка AB , що відповідає $\alpha_{C1} = 1,25^\circ$; $\varphi_{C1} = 49^\circ$. Алгебраїчне усереднення, яке виконується за зенітним і азимутальним кутами зокрема, дає інший результат: $\alpha_{C2} = (\alpha_A + \alpha_B)/2 = 2^\circ$ та $\varphi_{C2} = (\varphi_A + \varphi_B)/2 = 68^\circ$. На годографі точка C_2 , яка відповідає такому усередненню, розташовується на певній відстані від точки C_1 . Ця відстань і визначає похибку алгебраїчного способу усереднення (в даному прикладі $\Delta\gamma_{C1-C2} = 0,9^\circ$).

Очевидно, що алгебраїчне усереднення застосовувати не можна, бо воно може давати задовільні результати лише при невеликих величинах $\Delta\varphi_{A-B}$, що практично буває лише при великих зенітних кутах.

Це ще раз підтверджує, що похибку інклінометрії бажано перераховувати на сумарну похибку, виражену величиною просторового кута $\Delta\gamma$.

Визначати сферичні координати α_C та φ_C середнього вектора між двома векторами із заданими α_A , φ_A та α_B , φ_B можна таким аналітичним шляхом. Потрібно спочатку знайти величину $\Delta\gamma_{A-B}$ із формули (5.20) і величину β_A — з (5.16). Далі потрібно повернути перший вектор від точки A в напрямку β_A на кут $\Delta\gamma_{A-C} = \Delta\gamma_{A-B}/2$, тобто визначити α_C із формули (5.21) і $\Delta\varphi_{A-C}$ — із (5.18), після чого $\varphi_C = \varphi_A + \Delta\varphi_{A-C}$.

Нижче розглянемо ще одну властивість годографа. Форма лінії на бланку сферичних координат, тобто форма годографа, дійсно не подібна до горизонтальної проекції траєкторії свердловини, проте за допомогою годографа її можна побудувати графічним способом. Це потрібно для більш поглибленої обробки даних інклінометрії.

Нехай сферичний годограф будується за даними інклінометрії, проведеної через однакові інтервали всієї траєкторії свердловини. Точки годографа на сфері між собою не з'єднані, а це означає, що вони відображають траєкторію свердловини у вигляді ламаної лінії, яка складається з прямих відрізків однакової довжини. Точки вимірювань знаходяться у середніх точках вказаних прямих відрізків. Тоді кожен радіус-вектор, що виходить із центру сфери і впирається кінцем у відповідну точку годографа,

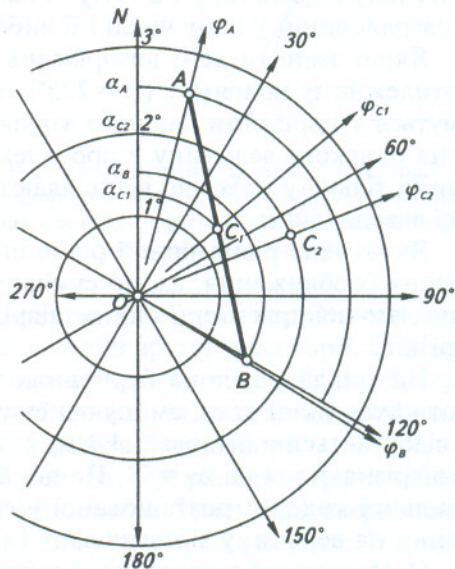


Рис. 5.44. Зіставлення результатів геометричного і алгебраїчного усереднення сферичних координат двох векторів

буде являти у певному масштабі величину і напрямком прямого відрізка траєкторії свердловини, яка належить до даної точки вимірювань. Це справедливо для випадків, коли всі відрізки ламаної лінії мають однакову довжину.

Траєкторія, складена з поєднаних у заданій послідовності радіусів-векторів, повністю відтворює просторову траєкторію свердловини у прийнятому масштабі. Геометрична сума всіх радіусів-векторів буде відповідати відстані за прямою від гирла до вибою свердловини і збігатися за напрямком із указаною лінією.

При побудові плоского годографа на бланку сферичних координат (рис. 5.40 і рис. 5.41) у діапазоні невеликих zenітних кутів кожен вектор, який виходить із полюса до відповідної точки годографа, являє собою у певному масштабі величину і напрямком горизонтального зміщення прямого відрізка траєкторії свердловини, яка належить до даної точки вимірювань. Геометрична сума вказаних векторів дорівнює у прийнятому масштабі горизонтальному зміщенню вибою свердловини.

Це є очевидним, оскільки годограф у діапазоні невеликих zenітних кутів є горизонтальною проекцією сферичного годографа.

Вся горизонтальна проекція траєкторії свердловини буде мати вигляд ламаної лінії, що стикується у тій послідовності, в якій розташовуються відповідні їм прямі відрізки траєкторії свердловини.

Ці прямі відрізки ламаної траєкторії можна замінити дугами постійної (для кожного разу) кривизни таким чином, щоб їх кінці були спряжені в середніх точках цих відрізків, тобто у точках проведення інклінометрії.

Природно, що від такої заміни координати всіх даних точок, у тому числі і кінцеві координати свердловини, не зміняться. Свердловина буде мати більш плавну траєкторію. Геометрична сума не залежить від послідовності складання векторів. Якщо довільно замінити послідовність складання векторів, то отримаємо іншу траєкторію, але координати кінцевої точки (вибою) залишаться такими ж.

Якщо з якоїсь причини зміняться дані інклінометрії для однієї точки, наприклад, внаслідок повторного вимірювання, тоді одна з точок плоского годографа зміститься на величину $\Delta\gamma = 1^\circ$ у північно-східному напрямку ($\psi = 45^\circ$). Якщо ця точка характеризує інтервал $\Delta l = 25$ м, то координати його нижнього кінця змістяться за азимутом 45° на $l_r = 25 \sin 1^\circ = 0,436$ м. Точно на таку ж величину і в тому ж напрямку змістяться всі розташовані нижче точки траєкторії свердловини, у тому числі і її вибою.

Якщо змінити дані вимірювань в наступному нижчому інтервалі також на 1° , тільки у протилежному напрямку ($\psi = 225^\circ$), то всі розташовані нижче відрізки траєкторії знову збігатимуться з відрізками першого варіанта. Таким чином, зміщення двох сусідніх точок годографа на однакову величину у протилежних напрямках відповідає відхиленню траєкторії свердловини тільки у двох, що відповідають цим точкам, інтервалах без зміни координат траєкторії усієї свердловини.

Якщо таке рівномірне і рівноцінне зміщення двох сусідніх точок годографа має місце в сторону їх зближення, аж до суміщення у середній точці, то це відповідає заміні двох інтервалів ламаної траєкторії одним відрізком без порушення координат крайніх точок указаних відрізків.

Наприклад, колона бурильних труб діаметром 140 мм у 295-мм свердловині може займати будь-який стан, зміщуючись у горизонтальному напрямі на 155 мм. Якщо це зміщення відбувається в інтервалі 4,4 м, то сферичні координати осі труби відносно осі свердловини відрізняються на $\Delta\gamma = 2^\circ$. Це показує, що годограф просторової кривої, що зображує вісь бурильної колони, розташованої у свердловині, може відрізнятися від годографа осі свердловини на величину зіставлявану і навіть більшу, ніж паспортна похибка інклінометра.

Очевидно, що в просторово викривленій свердловині розташування прямої пружної труби буде відповідати мінімальній потенціальній енергії деформації. Годограф осі бурильної колони буде більш згладженим у порівнянні з годографом свердловини. З рис. 5.41 видно, що навіть при незначному зміщенні точок годографа і усередненні даних загальна довжина го-

дографа може істотно зменшитися. Скорочення годографа не означає скорочення траєкторії свердловини, а лише визначає її вирівнювання внаслідок згладжування різких поворотів і зміщень окремих інтервалів.

Проте таке згладжування годографа і траєкторії є необхідним для різних цілей. По-перше, бажано виключити невинуватену зигзагоподібність за рахунок похибок інклінометрії і виключити стрибкоподібний характер зміни параметрів ψ , β , R . По-друге, треба вміти визначати різницю в годографах бурильної колони та свердловини при розгляді її силових взаємодій. По-третє, при зигзагоподібному годографі внаслідок істотного і неправдоподібного розсіювання параметрів ψ та R ускладнюється виявлення об'єктивно існуючих тенденцій до природного викривлення свердловин, тому складно враховувати коефіцієнти, які характеризують і узагальнюють цей процес за конкретних умов буріння. По-четверте, правильно обґрунтована методика усереднення параметрів просторової кривої потрібна для оцінки випадкових факторів і розрахунку ймовірнісних характеристик розсіювання як фактичних, так і прогнозних траєкторій свердловин.

На рис. 5.45 показані три траєкторії одного і того ж інтервалу свердловини, які складаються з прямих відрізків. Злами траєкторії збільшені для більшої контрастності. Тонка лінія відповідає даним інклінометрії без будь-якої їх обробки. Вона складається з шести прямих відрізків. Точки A , B , C , D , E та F розташовані на глибинах вимірювань сферичних координат α та φ . Всі відрізки, крім крайніх, мають однакову довжину, і точки вимірювань їх параметрів розташовані посередині. Крайні відрізки укорочені у два рази. Це дає змогу замінити ламану траєкторію дугами, що спряжені у точках вимірювань, як це показано в інтервалі між точками C та D . Іншими словами, траєкторію AF можна розглядати у загальному випадку як проміжний інтервал або траєкторію свердловини загалом.

Пунктирна лінія отримана після першого етапу згладжування цієї ж траєкторії, і вона проходить через прямі лінії, які з'єднують точки A , B , C , D , E , F . Цей варіант траєкторії складається вже з п'яти відрізків однакової довжини. Сферичні координати α та φ цих відрізків, очевидно, є середніми між двома вимірюваннями в сусідніх точках. Для другої траєкторії дані інклінометрії по шести точках перетворюються в усереднені дані по п'яти проміжних точках, розташованих посередині відрізків, що відображують другу траєкторію. Третій варіант траєкторії, зображений жирною лінією, складається знову ж із шести відрізків, які описують більш згладжену траєкторію свердловини. Сферичні координати відрізків третьої траєкторії отримуються шляхом усереднення даних для другої траєкторії. Порівняно з першим варіантом у третьої траєкторії точки проведення інклінометрії B_1 , C_1 , D_1 , E_1 (крім крайніх A та F) зміщені в сторону вирівнювання просторової кривої. За довжиною свердловини вони розміщені на тих же глибинах, що і для першого варіанта її траєкторії.

На рис. 5.46 показано усереднення траєкторії при побудові годографа. Геометрична відповідність траєкторії з рис. 5.45 і годографа з рис. 5.46 не є обов'язковою. Траєкторія свердловини з рис. 5.45 не відповідає реальній. Вона істотно викривлена для виразності рисунка. Годограф же в дійсності отримано зигзагоподібним, ламаним, із крутими поворотами. Процес усереднення сферичних координат годографа є більш виразним. Природно, що довжини відрізків годографа не є однаковими, оскільки вони дорівнюють кутам повороту дотичної при переході від однієї точки вимірювань до іншої.

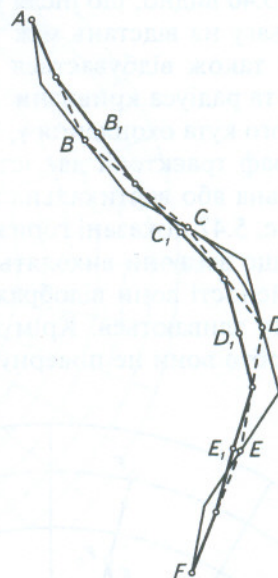


Рис. 5.45. Етапи згладжування траєкторії свердловини, які характеризуються значним розсіюванням сферичних координат α та φ за даними інклінометрії

Годограф першого варіанта траєкторії за даними інклінометрії без будь-якої обробки результатів проходить через точки A, B, C, D, E, F (рис. 5.46). Оскільки крайні відрізки першого варіанта траєкторії є у 2 рази коротшими від проміжних, то їх роль у горизонтальному зміщенні траєкторії і їх значущість у два рази є меншими. Описаний вище спосіб усереднення траєкторії отримує іншу геометричну інтерпретацію і за допомогою годографа здійснюється таким чином. На першому етапі точки B, C, D, E умовно розпадаються на половинки, що пересуваються назустріч сусіднім точкам до суміщення, утворюючи нові, повноцінні точки (вони складаються з двох половинок), які позначені зірочками. Крайні точки A та F , будучи самі половинками, пересуваються у напрямку точок B та E і разом з їх половинками утворюють нові точки, такі ж, як і позначені зірочками. Вони збігаються з точками A_1 та F_1 . Після першого етапу усереднення стає на одну точку менше.

На другому етапі усереднення точки, позначені зірочками, знову умовно розпадаються на половинки. При цьому в крайніх точках A_1 та F_1 по одній половинці залишається. У точках посередині між зірочками утворюються нові точки B_1, C_1, D_1, E_1 , які належать вже третьому варіанту траєкторії, отриманій після другого етапу усереднення. Кількість точок стає такою самою, як у вихідному варіанті.

З рис. 5.46 видно, що після усереднення розсіювання параметра ψ істотно зменшене. Якщо звернути увагу на відстань між точками по годографу для кожного варіанта зокрема, то видно, що тут також відбувається усереднення, яке відповідає усередненню інтенсивності викривлення та радіуса кривизни. Довжина годографа істотно зменшена. Це відповідає зниженню сумарного кута охоплення γ , тобто кута повороту дотичної при русі точки по всій траєкторії.

Годограф траєкторії дає істотно вищу наочну інформацію про просторову криву, ніж її горизонтальна або вертикальна проекція.

На рис. 5.47 показані горизонтальні проекції точок шести інтервалів свердловин. Умовно прийнято, що всі вони виходять з однієї точки A . Форми цих проекцій абсолютно не подібні. Проте в дійсності вони відображують абсолютно однакові траєкторії, які при накладанні однієї на другу зливаються. Крім того, всі ці траєкторії однаково зорієнтовані в горизонтальній площині, тобто вони не повернуті відносно сторін світу. Різниця їх просторової орієнтації по-

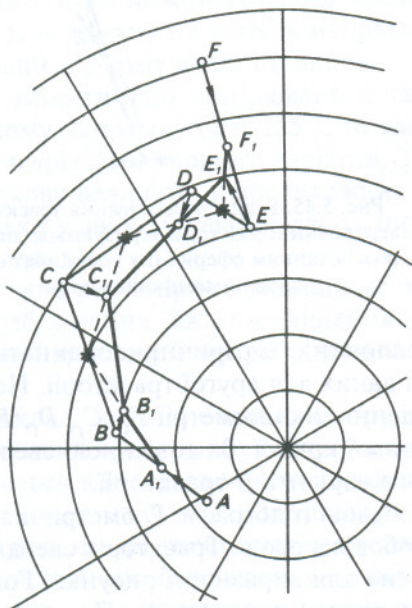


Рис. 5.46. Етапи усереднення сферичних координат α та ϕ траєкторії шляхом згладжування і укорочення її годографа

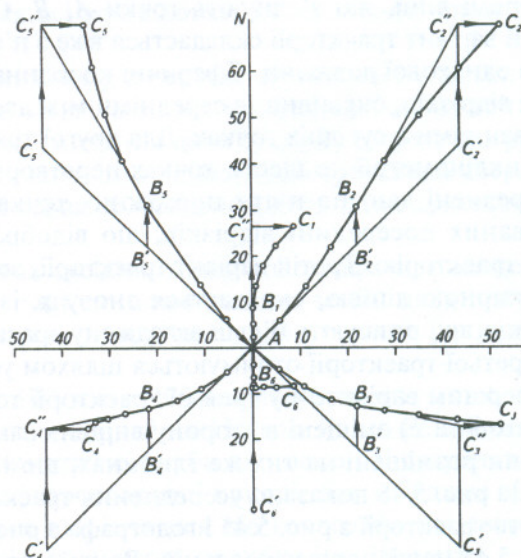


Рис. 5.47. Горизонтальні проекції шести траєкторій при різних зенітних і азимутальних кутах у вихідній точці

лягає лише у тому, що у вихідній точці A зенітний та азимутальний кути дотичних у всіх траєкторій різняться. Іншими словами, горизонтальні проекції траєкторій можна вважати фотографіями зверху одного і того ж зігнутого дроту при різних нахилах його верхнього кінця без переносу і повороту цього кінця навколо своєї осі.

Стосовно траєкторії свердловин це означає, що шість інтервалів різних свердловин пробурені на однаковій глибині за однаковою технологією в однакових стратиграфічних горизонтах, і тенденція до природного викривлення проявилася у кожному разі однаково. Причина невідповідності горизонтальних проекцій полягає у тому, що свердловини підійшли до покривлі вказаних горизонтів під різними кутами, оскільки вони є похило-скерованими і отримали ці напрямки при бурінні розташованих вище інтервалів. Те, що ці траєкторії є однаковими, видно з їх годографів, показаних на рис. 5.48.

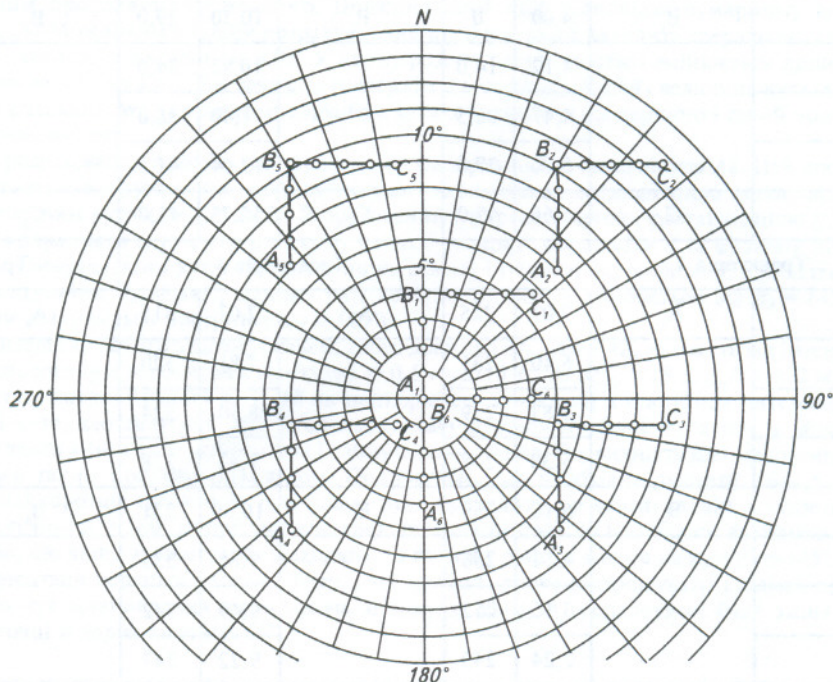


Рис. 5.48. Годографи шести однакових траєкторій, показаних на рис. 5.47

Всі годографи мають Г-подібну форму, тільки розташовані на бланку сферичних координат у різних місцях. Інтерпретуючи форму годографів і дані з табл. 5.3, можна зробити такі висновки.

Всі траєкторії свердловин складаються з двох інтервалів у вигляді плоских дуг, про що свідчать прямі ділянки годографів. Довжини обох дуг однакові. Дуги розташовані у двох взаємно перпендикулярних площинах, оскільки лінії годографа перетинаються під прямим кутом. На першому етапі (дуга AB) викривлення свердловини здійснюється у напрямку на північ ($\psi = 0^\circ$), на другому (дуга BC) свердловини викривлюються у східному напрямку ($\psi = 90^\circ$). Всі годографи настільки однакові, що їх можна сумістити. З табл. 5.3 видно, що всі точки траєкторії за довжиною також збігаються. Це означає, що всі описані траєкторії цілком однакові, не дивлячись на те, що сферичні координати α та ϕ виміряні інклінометром і форми побудованих горизонтальних проекцій є різними.

Сферичні координати всіх шести траєкторій по дев'яти точках наведені у табл. 5.3.

Тонкими лініями на рис. 5.47 вказані дотичні, проведені в точках A та B для кожної траєкторії, і Г-подібні сліди $C' - C'' - C$, що описуються дотичними при перетинанні ними горизон-

Сферичні координати шести траєкторій свердловин

№ точки	Довжина траєкторії, м	Позначення точки	α , град	φ , град	Позначення точки	α , град	φ , град	Позначення точки	α , град	φ , град
Траєкторія 1					Траєкторія 2			Траєкторія 3		
1	1000	A_1	0	—	A_2	7,07	45,0	A_3	7,07	135
2	1125		1,00	0		7,81	40,0		6,40	129
3	1250		2,00	0		8,60	35,5		5,83	121
4	1375		3,00	0		9,43	32,0		5,38	112
5	1500	B_1	4,00	0	B_2	10,30	29,0	B_3	5,10	101
6	1625		4,12	14,0		10,82	34,0		6,08	99
7	1750		4,47	26,5		11,40	38,0		7,07	98
8	1875		5,00	37,0		12,04	41,5		8,06	97
9	2000	C_1	5,66	45,0	C_2	12,73	45,0	C_3	9,05	96
Траєкторія 4					Траєкторія 5			Траєкторія 6		
1	1000	A_4	7,07	225	A_5	7,07	315	A_6	4	180
2	1125		6,40	231		7,81	320		3	180
3	1250		5,83	239		8,60	324		2	180
4	1375		5,38	248		9,43	328		1	180
5	1500	B_4	5,10	259	B_5	10,30	331	B_6	0	—
6	1625		4,12	256		9,85	336		1	90
7	1750		3,16	252		9,49	342		2	90
8	1875		2,24	243		9,22	347		3	90
9	2000	C_4	1,41	225	C_5	9,05	354	C_6	4	90

тальної площини, проведеної на рівні кінцевої точки C . Відзначена подібність у траєкторії слідів дотичних, нарисованих спеціально для цієї мети, тобто подібність своєрідних годографів, переконує нас у тому, що показані на рисунку траєкторії чимось подібні одна до одної.

Якщо давати словесну характеристику форм горизонтальних проекцій на рис. 5.47, то отримаємо повний набір різних поєднань ознак, які застосовуються на практиці (М.П. Гулізаде, Л.Я. Кауфман, Л.Я. Сушон) для опису просторового викривлення. Наприклад, третій профіль характеризується зменшенням зенітного кута на першому етапі і збільшенням його на другому при зміні азимута вліво. У п'ятого профілю спочатку зенітний кут збільшується, а потім дещо зменшується при азимутальному викривленні вправо.

Таким же чином протилежні між собою другий і четвертий профілі при іншому поєднанні вказаних ознак, а шостий на відміну від решти характеризується зломом горизонтальної проекції. Величина горизонтального зміщення і його азимут у всіх профілів різні. Загалом за зазначеними ознаками горизонтальних проекцій, показаних на рис. 5.47, неможливо визначити подібність просторових траєкторій, які розглядаються. Внаслідок неправильного підходу до аналізу траєкторій і вибору невідповідних критеріїв губиться здатність виявлення функціона-

льних зв'язків там, де в дійсності вони чітко проявлені. Аналітичним шляхом доводиться то-тожність усіх шести траєкторій.

З іншої сторони, можна підібрати багато різних траєкторій, які мають подібні горизонтальні проекції. Тоді випадкові збіги для окремих випадків можуть бути сприйняті як закономірні і можуть призвести до неправильних узагальнень і висновків.

Приклад 5.7. Розглянемо розрахунок траєкторії свердловини в інтервалі зміни її сферичних координат.

На рис. 5.41 показано годограф трьох різних розрахованих профілів при зміні Zenітного і азимутального кутів з $\alpha_A = 15^\circ$; $\varphi_A = 20^\circ$ у вихідній точці A до $\alpha_B = 10^\circ$; $\varphi_B = 100^\circ$ в кінцевій точці B .

Годограф першого варіанта розрахованого профілю проходить по лінії ACB . Це не означає, що профіль свердловини має злами. На першому етапі (AC) змінюється лише Zenітний кут з 15 до 10° при куті встановлення відхилювача $\beta = 180^\circ$. Траєкторія свердловини має вигляд дуги, розташованої у вертикальній площині. На другому етапі (CD) змінюється лише азимут свердловини при постійному Zenітному куті 10° та при $\beta = 90^\circ$. Траєкторія свердловини на цьому етапі має вигляд вертикальної гвинтової лінії. Обидва інтервали спряжені між собою, тобто другий є плавним продовженням першого. Довжина лінії ACB відповідає сумарному викривленню стовбура свердловини $\Delta\gamma_{A-B-C}$. Можливим є інший розрахунковий профіль, який виводить свердловину на задані параметри α_B та φ_B , годограф якого показано лінією ADB . У цьому разі на першому етапі змінюється лише азимут свердловини, а на другому — лише Zenітний кут. Як бачимо з годографа, довжина лінії ADB і величина кута сумарного просторового викривлення свердловини $\Delta\gamma_{A-D-B}$ у другому варіанті є значно більшими від першого і такий профіль за всіма ознаками далекий від раціонального.

Кращим є розрахований профіль, годограф якого відображено прямою лінією AB . Цей профіль характеризується одночасно Zenітним і азимутальним викривленнями та мінімальною довжиною годографа, тобто мінімальним сумарним просторовим кутом $\Delta\gamma_{A-B} = 16,5^\circ$. Розрахований інтервал є дугою, розташованою у похилій площині.

Сферичні координати α та φ (на плоскому бланку полярні координати α та φ) точок лінії AB характеризують зміну Zenітного і азимутального кутів свердловини на всьому інтервалі викривлення. Кут встановлення відхилювача в інтервалі коректування профілю у даному разі не є постійним, а змінюється від $\beta_A = 145^\circ$ до $\beta_B = 65^\circ$. Азимут радіуса кривизни залишається постійним ($\psi = 165^\circ$).

Довжина інтервалу роботи з відхилювачем, тобто довжина Δl_{A-B} дуги AB , залежить від інтенсивності викривлення свердловини застосуванням відхилювачем: якщо $i = 0,5$ град/10 м, то $\Delta l_{A-B} = 10 \Delta\gamma_{A-B}/i = 330$ м.

Особливістю плоскої похилої дуги AB як найкоротшої траєкторії з постійною інтенсивністю викривлення у цьому прикладі є те, що Zenітний кут її спочатку зменшується з 15 до 9° , а потім збільшується до 10° при нерівномірному темпі зміни як Zenітного, так і азимутального кутів. Очевидність цієї закономірності зміни Zenітного кута ілюструється таким простим прикладом. Припустимо, що необхідно змінити азимут свердловини на 180° . Природно, що найкоротша траєкторія при цьому буде проходити по вертикальній площині через зменшений до нуля Zenітний кут при $\beta = 180^\circ$ та при подальшому збільшенні його до необхідної величини при $\beta = 0^\circ$.

Відзначимо, що якщо зорієнтувати відхилювач з початку роботи долота на куті $\beta_A = 145^\circ$ і бурити весь інтервал AB без зміни орієнтації верхньої частини бурильної колони, тобто підтримувати сталість орієнтування площини викривлення, то кут установлення відхилювача зі зміною азимута свердловини буде змінюватися відповідно до розрахунків і у точці B дорівнюватиме 65° .

Номограми розрахунку сферичних параметрів траєкторій свердловин були розроблені Г.Г. Се-маком на початку 80-х рр. минулого століття.

На рис. 5.49 показана номограма для розрахунку сферичних параметрів кривизни плоскої похилої дуги в діапазоні $\alpha = 0-30^\circ$ та $\Delta\gamma = 0-20^\circ$.

Сітка сферичних координат для побудови годографів є номограмою одноразового використання. Вона у цьому разі є однопільною номограмою, що визначає взаємозв'язок між шістьма змінними величинами α_1 , α_2 , β_1 , β_2 , $\Delta\varphi_{1-2}$, $\Delta\gamma_{1-2}$. Звичайно, при такій кількості змінних параметрів номограми є багатопільними.

Умовний полюс на номограмі — це центр нижніх кіл. Сферичні координати вказані у полярній азимутальній проекції. Меридіани, що виходять із полюса в радіальних напрямках, вказують зміну азимута свердловини $\Delta\varphi$ відносно нульового меридіана, який проходить через центр верхніх кіл.

Початкова точка розміщується у центрі верхніх кіл. Вона характеризується у вибраній для номограми системі координат параметром $\Delta\varphi = 0$, тому що через неї проходить нульовий меридіан, і величиною Zenітного кута α_1 , оскільки він прийнятий як умовна одиниця вимірювання кутів α та $\Delta\gamma_{1-2}$. Тому через початкову точку проходить паралель, тобто нижнє коло, яка відповідає $K = 1,0$.

Всі інші точки на правому полі номограми характеризуються такими сферичними координатами: меридіаном $\Delta\varphi_{1-2}$ та паралеллю $K = \alpha_2/\alpha_1$. Величини K змінюються в межах від $0,5$

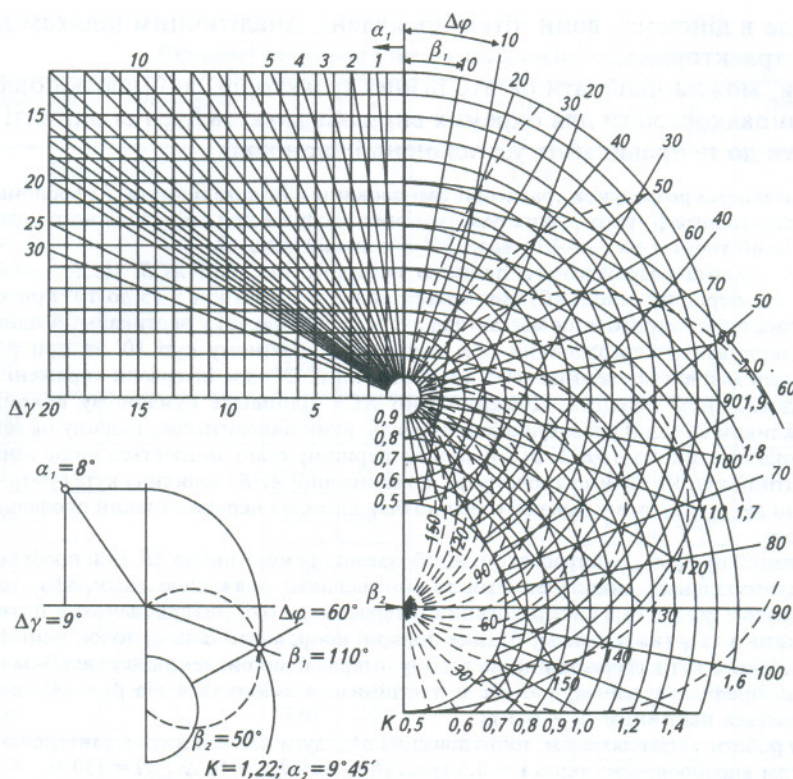


Рис. 5.49. Номограма для розрахунку сферичних координат траєкторії при викривленні у похилій площині

до 2,0. Прямая лінія, яка з'єднує центр верхніх кіл (вихідну точку 1 інтервалу для розрахунку) і вибрану точку 2 на правому полі номограми, тобто точку, яка відповідає кінцевим параметрам свердловини α_2 ($K = \alpha_2 / \alpha_1$) та φ_2 ($\Delta\varphi_{1-2} = \varphi_2 - \varphi_1$), відображує в умовному масштабі ортодромію, тобто географ похилої дуги. По ній має здійснюватися викривлення свердловини при виведенні її на задані параметри α_2 та φ_2 найкоротшим шляхом.

Довжина цієї лінії дорівнює куту просторового викривлення свердловини $\Delta\gamma_{1-2}$, який також виражається в умовних одиницях. Дійсна величина просторового викривлення свердловини визначається співвідношенням $\sin \Delta\gamma_{1-2} = K_0 \sin \alpha_1$, де K_0 — довжина ортодромії. По верхньому колу довжина ортодромії переноситься на вертикальну вісь номограми, і на лівому полі номограми її величина переводиться в параметр $\Delta\gamma_{1-2}$, виражений у градусах.

Кут між нульовим меридіаном і ортодромією відображує параметр β_1 у вихідній точці викривлення свердловини. Кут, під яким ортодромія перетинає меридіани, дорівнює біжучому значенню параметра у точці, що розглядається. Для зручності відліку цього параметра на поле номограми нанесені пунктирні лінії (середні кола), що з'єднують точки, у яких ортодромія перетинає меридіани під однаковими кутами.

При $i = \text{idem}$ довжина ортодромії, тобто променя, який виходить із центру верхніх кіл, є пропорційною довжині інтервалу викривлення Δl_{1-2} . Якщо $i \neq \text{idem}$, то довжина інтервалу спотворюється пропорційно зміні інтенсивності викривлення. Проте і в цьому разі при викривленні в похилій площині, яка визначається параметром β_1 , профіль свердловини все одно проходить через ті величини параметрів α , φ , β та $\Delta\gamma_{1-2}$, які знаходяться на шляху даної ортодромії. Довжина інтервалу викривлення визначається за середньою інтенсивністю викривлення.

Через симетричність ліва частина номограми з меридіанами та паралелями виключена для того, щоб збільшити місце для другого поля номограми, на якому величина K_0 переводиться в кут $\Delta\gamma_{1-2}$, виражений в градусах. Якщо за умовами задачі розрахунку треба виконувати у лівій виключеній частині номограми ($\Delta\varphi_{1-2} > 180^\circ$), то все одно їх ведуть у правій частині, як у

дзеркальному відображенні. Величини $\Delta\varphi_{1-2}$, β_1 та β_2 при цьому визначаються як кути, що доповнюють величини цих параметрів до кута 360° .

Наближені формули, за якими побудована номограма, виведені з аналітичних залежностей (5.14)—(5.25):

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{K \sin \Delta\varphi_{1-2}}{K \cos \Delta\varphi_{1-2} - 1};$$

$$\operatorname{tg}\beta_2 = -\frac{\sin \Delta\varphi_{1-2}}{\cos \Delta\varphi_{1-2} - K};$$

$$\sin \Delta\gamma_{1-2} = \sin \alpha_1 \sqrt{(K \cos \Delta\varphi_{1-2} - 1)^2 + K^2 \sin^2 \Delta\varphi_{1-2}};$$

$$\sin \Delta\gamma_{1-2} = K_0 \sin \alpha_1.$$

Ці формули отримані після прийняття деяких спрощень, необхідних для проектування сітки сферичних координат на площину ($\operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1 = \alpha_2 / \alpha_1 = K$ та ін.).

Кожне з внесених спрощень зокрема може давати похибку в декілька процентів, проте похибки, що вносяться всіма спрощеннями разом, значною мірою компенсуються, і точність визначення параметрів β_1 , β_2 та $\Delta\gamma_{1-2}$ є прийнятною для практичних розрахунків. Вона є вищою від точності вимірювання вихідних даних за допомогою приладів, а також точності нанесення, відліку і перенесення величин на поле номограми.

Ключ до користування номограмою і приклад конкретного поєднання шести змінних кутів α_1 , α_2 , $\Delta\varphi_{1-2}$, β_1 , β_2 , $\Delta\gamma_{1-2}$, які характеризують інтервал викривлення за дугою свердловини, наведені поряд із номограмою.

За номограмою можна визначити будь-який із шести параметрів, якщо відомі три інших. Розрахунки можна проводити при всіх можливих і цікавих із практичної сторони комбінацій відомих і невідомих параметрів.

Запропонована Г.Г. Семаком *двопільна номограма* має істотні переваги у порівнянні з відомими номограмами вузького призначення, наприклад, трипільної номограми А.Лубинського для визначення лише величин $\Delta\varphi_{1-2}$ та i при відомих α_1 , α_2 , $\Delta\varphi_{1-2}$ та ΔI_{1-2} , або чотирипільної номограми Е.В. Вайднера для визначення β_1 , $\Delta\gamma_{1-2}$, ΔI_{1-2} , чи чотирипільної номограми Р.Х. Багаутдінова для визначення кута встановлення відхилювача β та зенітного кута α_2 в кінці інтервалу роботи з відхилювачем. Остання номограма не пристосована для визначення орієнтації відхилювача β та необхідного кута просторового викривлення свердловини $\Delta\gamma_{1-2}$ при найбільш реальних поєднаннях відомих і шуканих параметрів, наприклад, коли задані α_1 , φ_1 , α_2 , φ_2 у вихідній та кінцевій точках інтервалу викривлення.

Номограма А.Лубинського не містить параметрів β_1 та β_2 , а дві останні — параметра β_2 , тобто вони не враховують зміну параметра β із глибиною при викривленні свердловини за похилою дугою і тому вони не є точними.

За допомогою номограм Г.Г. Семака можна визначити всі зазначені параметри не лише у крайніх точках інтервалу викривлення свердловини, а й у будь-якій проміжній точці, розміщеній від вихідної на певній відстані. При постійній інтенсивності викривлення всі проміжні точки траєкторії свердловини на полі номограми знаходяться на ортодромії при збереженні пропорційності відстаней, які відраховуються від центра верхніх кіл. Місце розташування точок на координатній сітці номограми визначає поточні значення їх параметрів $\Delta\varphi_{1-2}$, β_2 та K , за допомогою яких можна знайти $\alpha_2 = K\alpha_1$.

При застосуванні технічних засобів скерованого буріння, орієнтованих у свердловинах не за сторонами світу, а за відношенням до апсидальної площини отриманого нахилу свердло-

вини, виявляється необхідність розраховувати сферичні параметри кривизни траєкторії, що має вигляд відрізка або частини просторової спіралі, для якої параметр β є постійним.

На рис. 5.50 показана номограма для розрахунку сферичних параметрів кривизни відрізка просторової спіралі у діапазоні $\alpha = 0-30^\circ$; $\Delta\gamma = 0-20^\circ$ та $\Delta\varphi = 0-70^\circ$.

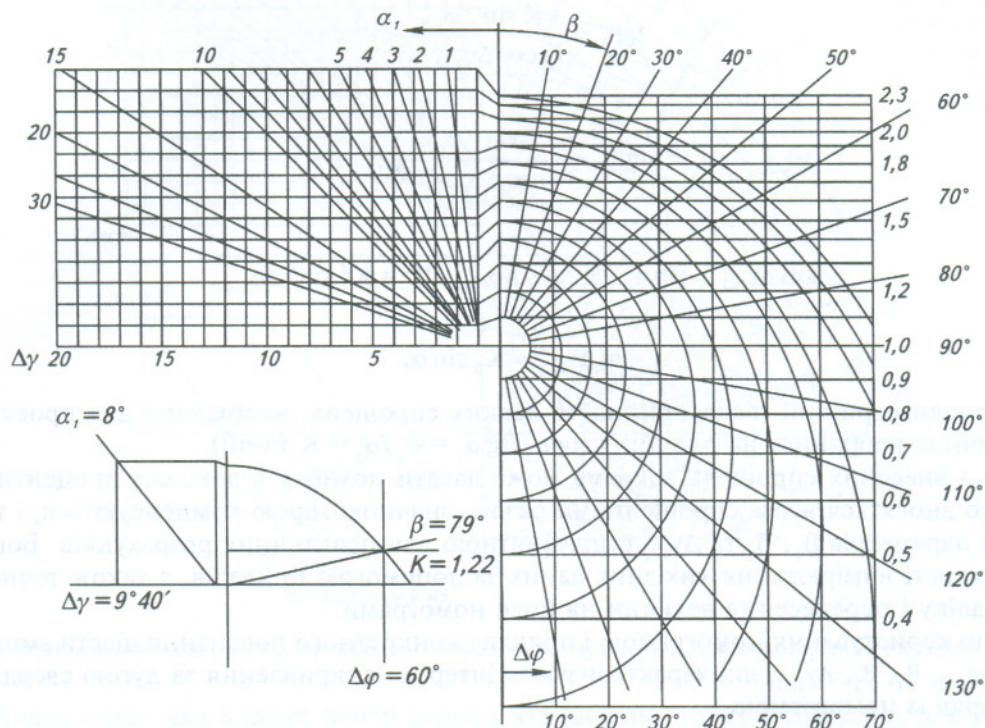


Рис. 5.50. Номограма для розрахунку сферичних параметрів кривизни траєкторії при викривленні за просторовою спіраллю ($\beta = \text{idem}$)

Сферичні координати на номограмі відображені в проекції Меркатора. На цій проекції локсодромія відображується прямою лінією. Вона характеризується тим, що меридіани і паралелі являють собою прямі вертикальні та горизонтальні лінії. Відстань між меридіанами є постійною, а між паралелями змінюється за логарифмічним законом.

Позначення, схема побудови і порядок застосування цієї номограми є аналогічними попередній. Зенітний кут α_1 знаходиться у початковій точці, розташованій у центрі номограми і також прийнятий умовною одиницею зміни кутів α та $\Delta\gamma$. Тому через початкову точку проходить паралель, що відповідає $K = 1,0$.

Абсолютна довжина променів, що виходять із центра номограми у праву її частину — локсодромії, на відміну від попередньої номограми через нелінійність масштабу не є пропорційною просторовому куту викривлення свердловини, проте криві лінії перетинають локсодромії через інтервали, пропорційні збільшенню просторового кута $\Delta\gamma$ в умовних одиницях. Довжина локсодромії переноситься вздовж цих кривих ліній на вертикальну вісь і на лівому полі номограми переводиться у параметр $\Delta\gamma$, виражений у градусах. Кут між локсодромією і нульовим меридіаном зображує параметр β .

Поряд із номограмою показано ключ до користування нею на прикладі такого ж поєднання кінцевих параметрів α_1 , α_2 та $\Delta\varphi_{1-2}$, як і у попередній номограмі. За різницею параметрів $\Delta\gamma_{1-2}$ та β можна судити про різницю двох розглянутих моделей профілю свердловини для даного конкретного випадку. Ця номограма, як і попередня, придатна для використання незалежно від того, чи інтенсивність викривлення є сталою або змінною.

При побудові номограми використані наближені формули, отримані з аналітичних залежностей (5.40)—(5.43) після прийняття таких спрощень:

$$\Delta\varphi_{1-2} = \operatorname{tg}\beta \ln K;$$

$$L_n = \frac{\ln\left(1 + \frac{\Delta\gamma_{1-2}}{\alpha_1} \cos\beta\right)}{\cos\beta},$$

де L_n — довжина локсодромії на полі номограми, яка визначає положення кривих ліній.

Кожна крива побудована для заданої величини.

Ця номограма не замінює попередньої, оскільки вона призначена для іншої математичної моделі траєкторії свердловини.

Приклад 5.8. Визначимо сферичні параметри кривизни свердловини в інтервалі коректування її просторової траєкторії. За однакових умов задачі розглянемо три варіанти її розв'язання. Вихідні сферичні координати: $\alpha_1 = 8^\circ$; $\varphi_1 = 20^\circ$. Потрібно вивести свердловину на сферичні координати $\alpha_2 = 9^\circ 45'$; $\varphi_2 = 80^\circ$.

Варіант А. Розрахунок за допомогою номограми для похилої дуги (рис. 5.49). Визначається $\Delta\varphi_{1-2} = 80^\circ - 20^\circ = 60^\circ$; $K = 9,75 : 8,0 = 1,22$. Вихідні дані збігаються із прикладом, зазначеним у ключі до користування номограмою. При відомих K , $\Delta\varphi_{1-2}$ та α_1 знаходимо $\beta_1 = 110^\circ$; $\beta_2 = 50^\circ$; $\Delta\gamma_{1-2} = 9^\circ$.

Інтервал коректування траєкторії свердловини для викривлення її за похилою дугою характеризується такими даними. Кут встановлення відхилювача по всьому інтервалу викривлення має змінюватися від $\beta_1 = 110^\circ$ у вихідній точці до $\beta_2 = 50^\circ$ у кінцевій. Орієнтація відхилювача за сторонами світу, або азимут радіуса кривизни ψ , залишиться постійним по всьому інтервалу і дорівнюватиме $\psi = \psi_1 + \beta_1 = \psi_2 + \beta_2 = 130^\circ$.

Викривлення свердловини в інтервалі коректування траєкторії становить $\Delta\gamma_{1-2} = 9^\circ$. Якщо відхилювач забезпечує інтенсивність викривлення $i = 0,5$ град/10 м, то довжина інтервалу роботи з відхилювачем $\Delta l_{1-2} = 9 \cdot 10 : 0,5 = 180$ м.

Якщо інтервал коректування досить великий, то бажано провести додаткову інклінометрію і уточнити кут установлення відхилювача β за номограмою. Крім того, для підвищення ефективності коректування траєкторії свердловини бажано уточнити β за результатами попередніх спусків долота з урахуванням очікуваного відхилення траєкторії свердловини у напрямку природного викривлення.

Варіант Б. Такі ж результати, як у варіанті А, для цього самого прикладу можна отримати побудовою годографа просторової траєкторії свердловини в інтервалі роботи з відхилювачем. У цьому разі розрахунок зводиться до нанесення на бланк координатної сітки прямої лінії, яка з'єднує вихідну точку 1 з координатами α_1 та φ_1 із кінцевою точкою 2 з координатами α_2 та φ_2 .

Довжина відрізка 1—2 у прийнятому масштабі дорівнює просторовому викривленню свердловини в інтервалі коректування траєкторії $\Delta\gamma_{1-2} = 9^\circ$. При заданій постійній інтенсивності викривлення $i = 0,5$ град/10 м = *idem* довжина цього відрізка пропорційна довжині інтервалу роботи з відхилювачем. У цьому прикладі $\Delta l_{1-2} = 9 \cdot 10 : 0,5 = 180$ м.

Кут установлення відхилювача у вихідній точці за годографом дорівнює куту між радіальною лінією, яка виходить з центра (тобто між меридіаном $\varphi_1 = 20^\circ$, який проходить через точку 1), і лінією 1—2, $\beta_1 = 110^\circ$. Аналогічно визначається $\beta_2 = 50^\circ$. Азимут радіуса кривизни ψ є постійним по всьому інтервалу коректування траєкторії свердловини, і він дорівнює куту між нульовим меридіаном ($\varphi = 0$) і лінією 1—2 в напрямку від точки 1 до точки 2. У цьому прикладі $\psi = 130^\circ$.

Варіант В. Розрахунок за допомогою номограми для просторової спіралі (рис. 5.50). У ключі користування номограмою наведене розв'язання цього ж прикладу. Результат розрахунку відрізняється від попереднього таким.

Сумарний просторовий кут викривлення в інтервалі коректування траєкторії становить $9^\circ 40'$. При інтенсивності викривлення $i = 0,5$ град/10 м інтервал роботи відхилювача становить 193 м. Кут встановлення відхилювача по всьому інтервалу постійний ($\beta = 79^\circ$). Орієнтація відхилювача за сторонами світу, тобто азимут радіусу кривизни, у цьому разі змінюється від $\psi_1 = \varphi_1 + \beta_1 = 20^\circ + 79^\circ = 99^\circ$ до $\psi_2 = \varphi_2 + \beta_2 = 80^\circ + 79^\circ = 159^\circ$. До особливостей просторової спіралі належить рівномірна зміна зенітного кута по всьому інтервалу.

Цей приклад показує, що в реальних умовах часто сумарне викривлення $\Delta\gamma$ і довжина інтервалу роботи з відхилювачем Δl при викривленні за похилою дугою або за просторовою спіраллю відрізняються незначно. Тому на вибір моделі просторової кривої впливають технічні особливості, спосіб орієнтування відхилювача і контролю за дотриманням заданої орієнтації в процесі буріння, можливість підтримання розрахункової орієнтації інструменту, наявність самоорієнтуючих засобів керованого буріння тощо.

Переваги траєкторії свердловини у вигляді плоскої дуги перед усіма іншими траєкторіями є очевидними, тому що вона теоретично є найбільш короткою і при заданих умовах викривлена на мінімальний кут. Ці переваги більш вагомі, коли свердловину потрібно викрив-

ляти на великий просторовий кут. Проте для проходження свердловини за траєкторією плоскої дуги доводиться частіше вимірювати α та φ , а також розраховувати орієнтацію відхилювача β , яка постійно змінюється. Це можливе за умов, коли проходка за одне довбання є невеликою і де такі зміни та розрахунки можна здійснювати регулярно через порівняно невеликі інтервали.

При великій проходці долота за один рейс і відсутності засобів постійного телеконтролю за сферичними координатами свердловини, а також при застосуванні відхилювачів, які самоорієнтуються по відношенню до апсидальної площини похилої свердловини, зручніше коректувати траєкторію, підтримуючи розрахований кут встановлення відхилювача постійним ($\beta = \text{idem}$) і викривляти свердловину за просторовою спіраллю.

Приклад 5.9. Виконаємо розрахунок очікуваного результату від застосування відхилювача.

Умови задачі: зенітний кут у початковій точці застосування відхилювача $\alpha_1 = 10^\circ$; азимут $\varphi_1 = 240^\circ$; кут встановлення відхилювача $\beta_1 = 80^\circ$; інтенсивність викривлення при цьому відхилювачі $i = 1$ град/10 м; проходка на долото $\Delta l_{1-2} = 50$ м. Під час роботи долота орієнтація верхньої частини бурильної колони не змінюється, тобто викривлення відбувається за похилою дугою. Потрібно визначити зенітний і азимутальний кути свердловини в кінці рейсу.

Варіант А. Розрахунок ведеться за номограмою з рис. 5.49 для похилої дуги. Попередньо визначаємо $\Delta\gamma_{1-2} = i \Delta l_{1-2} / 10 = 5^\circ$. Послідовність користування номограмою є такою. Від точки $\Delta\gamma_{1-2} = 5^\circ$ проводимо вертикальну лінію до перетинання з лінією $\alpha_1 = 10^\circ$, потім — горизонтальну лінію, що переходить у коло до перетинання з радіальною лінією $\beta_1 = 80^\circ$. Знайдена точка відповідає $\Delta\varphi_{1-2} = 25^\circ$ та $K = 1,2$. Параметри, які ми шукали, є такими: $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi_{1-2} = 240 + 25 = 265^\circ$; $\alpha_2 = K \alpha_1 = 1,2 \cdot 10 = 12^\circ$.

Варіант Б. За допомогою годографа цей приклад розв'язується у такий спосіб. Визначається $\Delta\gamma_{1-2} = i \Delta l_{1-2} / 10 = 5^\circ$. На координатній сітці знаходимо точку I ($\alpha_1 = 10^\circ$; $\varphi_1 = 240^\circ$). Із цієї точки проводимо пряму лінію, що перетинає меридіан точки I ($\varphi = 240^\circ$) під кутом 80° ($\beta_1 = 80^\circ$). Довжина відрізка, що відображає інтервал буріння, дорівнює величині $\Delta\varphi_{1-2}$ у прийнятному масштабі. Координати кінця відрізка визначають зенітний та азимутальний кути в кінці рейсу: $\alpha_2 = 12^\circ$; $\varphi_2 = 265^\circ$.

Приклад 5.10. Визначимо поправку на орієнтування відхилювача в умовах, сприятливих до природного викривлення.

Інтервал буріння з відхилювачем був розрахований за даними прикладу 5.9: $\alpha_1 = 10^\circ$; $\varphi_1 = 240^\circ$; $\alpha_2 = 12^\circ$; $\varphi_2 = 265^\circ$; $i = 1,0$ град/10 м; $\Delta l_{1-2} = 50$ м; $\beta_1 = 80^\circ$, проте фактичний результат коректування траєкторії свердловини не збігся із розрахованим і виявився таким: $\alpha_2 = 13^\circ 20'$; $\varphi_2 = 259^\circ$; $\Delta l_{1-2} = 40$ м ($\Delta\varphi_{1-2} = 19^\circ$; $K = 1,33$).

За номограмою (рис. 5.49) або за допомогою годографа визначаються фактичні параметри $\beta_{1\text{ф}} = 60^\circ$ та $\Delta\varphi_{(1-2)\text{ф}} = 5^\circ$. Це означає, що фактичне викривлення сталося на 20° лівіше у порівнянні з розрахованою орієнтацією відхилювача і при більшій інтенсивності викривлення $i = 5 \cdot 10/40 = 1,25$ град/10 м.

Крім можливих похибок при орієнтуванні, така незбіжність могла статися з об'єктивних причин, а саме:

- виникло інтенсивне природне викривлення з виведенням свердловини вліво (уточнити вектор природного викривлення зручніше за інтервалом буріння без відхилювача);
- недостатнім вибраний кут повороту бурильної колони на закручування від реактивного моменту вибійного двигуна;
- можливе докріплення різб бурильної колони в процесі буріння;
- значне просторове викривлення та глибина свердловини ускладнюють установаження і утримування відхилювача в розрахунковому напрямку.

У зв'язку із вищевказаним потрібно вибрати кут встановлення відхилювача для наступного рейсу з урахуванням конкретних умов та отриманих результатів. Якщо є впевненість у правильності орієнтування, у те, що не відбулося докріплення інструменту або впевненість у нерівномірному його скручуванні за всією довжиною, то можна на наступний рейс установити відхилювач з урахуванням отриманої різниці (для даного прикладу на 20° правіше).

Приклад 5.11. Обчислимо параметри викривленої траєкторії, яка попадає в задані координати.

Для цього використовуємо розрахункову схему з рис. 5.51, на якому показано одну з можливих траєкторій свердловини у площині її викривлення. Зазначена площина проходить через лінію AF , тобто дотичну до осі свердловини у вихідній точці A , і через точку D , у яку має попасти свердловина.

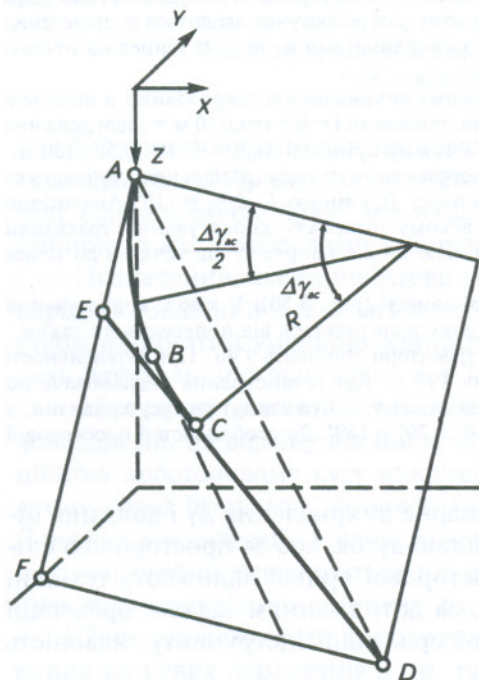


Рис. 5.51. Розрахункова схема траєкторії свердловини, яка попадає у задані координати

При такій постановці задачі відомими є: l_A , α_A , φ_A , x_A , y_A , z_A , x_D , y_D , z_D , R .

Відстань Δl_{A-D} між точками A та D за прямою визначається за відомою формулою

$$\Delta l_{A-D} = \sqrt{\Delta x_{A-D}^2 + \Delta y_{A-D}^2 + \Delta z_{A-D}^2}.$$

Розрахункова траєкторія складається з дуги AC і прямої лінії CD . Дуга AC спряжена з дотичною у точці A та з прямою CD . У точці B , де дотична до осі свердловини є паралельною до лінії AD , свердловина характеризується такими ж параметрами α та φ , як і пряма AD . Зенітний кут свердловини у точці B та азимутальне викривлення на дузі AB визначаються з таких виразів:

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \sqrt{\Delta x_{A-D}^2 + \Delta y_{A-D}^2} / \Delta z_{A-D};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_B = \Delta x_{A-D} / \Delta y_{A-D}.$$

Вказані кути є необхідними для визначення орієнтації відхилювача β_A у вихідній точці A за формулою (5.16), якщо вважати цю точку першою, а точку B другою.

За допомогою формули (5.20) знаходимо кут $\Delta \gamma_{A-B}$. Проте для попадання свердловини у точку D потрібно продовжити її викривлення за дугою до точки C . Треба звернути увагу на те, що центральний кут дуги викривлення свердловини $\Delta \gamma_{A-C}$ не є постійним для даних умов розрахунку. Він залежить від співвідношення величин R , α , $\Delta \gamma_{A-B}$.

З розрахункової схеми (рис. 5.51) після перетворень отримаємо

$$\operatorname{tg} \Delta \gamma_{A-C} = \frac{\Delta l_{A-D} \sin \Delta \gamma_{A-B}}{\Delta l_{A-D} \cos \Delta \gamma_{A-B} - R \operatorname{tg}(\Delta \gamma_{A-C} / 2)}.$$

Розв'язок отриманого рівняння відносно $\Delta \gamma_{A-C}$ дає

$$\Delta \gamma_{A-C} = 2 \arctg \left[\frac{\cos \Delta \gamma_{A-B} - \sqrt{1 - 2R (\sin \Delta \gamma_{A-B}) / \Delta l_{A-D}}}{(2R / \Delta l_{A-D}) - \sin \Delta \gamma_{A-B}} \right].$$

За інтенсивності викривлення меншої від допустимої величини свердловина не попадає в точку D . Ця умова може бути виражена через максимальний радіус кривизни

$$R_{\max} = (\Delta l_{A-D} / 2) \sin \Delta \gamma_{A-B}. \quad (5.49)$$

Якщо визначений з формули (5.49) максимальний радіус кривизни менший радіуса R , заданого за умовою задачі, то останній треба зменшити до величини $R_{\max}$, тобто відповідно збільшити інтенсивність викривлення.